

ESCOLA NAVAL

DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIAS
CICLO DE ESTUDOS EN-MEC



Aparato para medição do espectro de ondulação do Tanque
do Laboratório de Arquitetura Naval

Alexandre da Silva Tacanho

MESTRADO EM CIÊNCIAS MILITARES NAVAIS

(ENGENHARIA NAVAL – RAMO MECÂNICA)

2014

ESCOLA NAVAL

DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIAS

CICLO DE ESTUDOS EN-MEC

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM CIÊNCIAS MILITARES

NAVAIS

**Aparato para medição do espectro de ondulação do Tanque
do Laboratório de Arquitetura Naval**

O Mestrando,
(assinado no original)

O Orientador,
(assinado no original)

O Coorientador,
(assinado no original)

ASPOF EN-MEC Silva Tacanho

CMG ECN Rodrigues Rentróia

CFR EN-MEC Pires da Silva

Agradecimentos

Chegou ao fim mais uma etapa recheada de objetivos, todos eles concluídos com sucesso, sucesso esse que é partilhado com todos aqueles que contribuíram para ele e que me ajudaram a ultrapassar cada barreira deste caminho percorrido nesta casa.

Como tal, em primeiro lugar gostaria de agradecer à minha família que me ajudou e encorajou a lutar em todas as alturas, permitindo-me chegar até aqui com todos os meus objetivos concluídos.

Ao meu tutor CMG ECN Rodrigues Rentróia, por toda a orientação e disponibilidade que demonstrou, e por todo o acompanhamento que efetuou na realização desta dissertação.

Ao meu co-tutor CFR EN-MEC Pires da Silva, que se disponibilizou para coorientar este estudo, sem qualquer compromisso inicial, demonstrando grande interesse e dedicação pelo trabalho em questão, revelando-se como uma peça fundamental no apoio à conclusão deste estudo.

Ao professor Rui Igreja do departamento de materiais da FCT-UNL, que contribuiu com o apoio material de equipamentos dispendiosos e sensíveis, permitindo assim efetuar testes e obter resultados sem necessidade de envolver custos, e ainda pela disponibilidade demonstrada para acompanhar os mesmos testes, sugerindo ideias muito ricas para o melhoramento desta dissertação.

Ao Engenheiro CTEN EN-AEL Ludovico Bolas do Departamento de Formação de Engenheiros Navais do Ramo de Armas e Eletrónica, pelo apoio essencial prestado a nível de programação em MATLAB.

Ao restante Departamento de Formação de Engenheiros Navais do Ramo de Mecânica da Escola Naval, pelo apoio e contributo na minha formação.

À oficina da Escola Naval, pelo apoio na construção de peças auxiliares, manutenção ao Tanque do Laboratório de Arquitetura Naval e pelas ferramentas facilitadas, respondendo sempre com grande empenho.

À AA, SA, pela contribuição de assertos realizados no objeto utilizado neste estudo.

Dedicatória

Dedico esta dissertação à minha família por fazerem de mim a pessoa que sou hoje;

À minha avó que sempre se lisonjeou com todo o meu sucesso nesta instituição;

Ao Aspirante Simião Machaieie pela forte amizade e pelo apoio incomparável;

Aos meus amigos pela influência positiva que têm sido na minha vida;

Aos meus camaradas de curso que contribuíram com grandes momentos nesta casa.

Resumo

Este estudo pretende caracterizar o espectro de ondulação do Tanque do Laboratório de Arquitetura Naval, utilizando um sensor e um flutuador concebido com o objetivo de ser sensível à influência das ondas geradas, determinando a aceleração da superfície livre derivada da variação da sua elevação provocada por essas ondas.

Esta dissertação começa por ter a teoria linear das ondas como base, uma vez que vão ser geradas ondas no tanque, e dada a interferência destas com o objeto concebido, vai ser notado o efeito de arfagem nesse mesmo objeto. Dada a sua sensibilidade para notar a aceleração proporcionada pelas ondas, e com o auxílio de um acelerómetro, um amplificador de carga e um osciloscópio, vamos obter o gráfico correspondente a essa aceleração num certo período de tempo, cuidadosamente definido por forma a evitar as ondas estacionárias originadas devido às dimensões e restantes condicionantes do tanque.

Recolhidos estes dados, e com o uso do MATLAB[®], vai-se proceder à integração dos gráficos resultantes das medições, por forma a passar o gráfico correspondente à aceleração medida para um gráfico de posição. Para obter o espectro de ondulação correspondente ao tanque, torna-se necessária a criação de um código respetivo às Transformadas Rápidas de Fourier utilizando diferentes regimes de rotações do gerador de ondas. Para confirmar a tendência dos valores a obter relativamente à frequência e à amplitude com a variação do regime de rotações do motor, os gráficos resultantes vão ser comparados com os valores obtidos com base nas fórmulas da teoria linear das ondas.

Palavras-Chave: Sensibilidade; Ondas estacionárias; Espectro de ondulação; Frequência; Teoria Linear das ondas.

Abstract

This study aims to characterize the wave spectrum of the Tank of the Laboratory of Naval Architecture, using a sensor and a float designed with the objective of being sensitive to the influence of the generated waves, determining the acceleration of the free surface variation derived from his elevation caused by these waves.

This dissertation is based on the linear theory of waves, since waves are going to be generated in the tank and, as these interfere with the object designed, the heave effect will be perceived in that same object. Due to its sensitivity to detect the acceleration caused by the waves, and with the help of an accelerometer, a charge accelerator and an oscilloscope, we will obtain the graph corresponding to that acceleration in a certain period of time, carefully defined to avoid the stationary waves originated due to the dimensions and constraints of the tank.

After these data are collected and using the MATLAB[®] we will carry out the integration of the graphs corresponding to the measurements in order to transform the graph corresponding to the measured acceleration into a displacement graph. For the corresponding wave spectrum of the tank, it is necessary to create a code relating to the Fast Fourier Transform using different rotation regimes of the wave generator. To confirm the trend of values to obtain for the frequency and amplitude variation of the rotation speed of the motor, the resulting graphics will be compared with the values obtained using the linear wave theory.

Key words: Sensivity; Stationary waves; Wave spectrum; Frequency; Linear wave theory.

Índice

Agradecimentos	v
Dedicatória	vii
Resumo	ix
Abstract	xi
Índice	xiii
Lista de figuras	xv
Lista de Tabelas	xvii
Lista de símbolos e acrónimos.....	xix
1 Capítulo 1 – Introdução	3
1.1 Enquadramento Histórico.....	3
1.2 Justificação do Tema.....	4
1.3 Objetivos	5
2 Capítulo 2 – Comportamento num Mar Irregular	9
2.1 Teoria Linear	9
2.2 Ondas Estacionárias	17
2.3 Mar Irregular	18
2.4 Resposta em Arfagem de uma Boia Cilíndrica	21
3 Capítulo 3 – Tratamento de Sinal	29
3.1 Integração Numérica de Newton-Cotes	29
3.2 Análise de Fourier.....	31
3.3 Transformadas Discretas e Rápidas de Fourier	36
3.4 Densidade Espetral	40
3.5 Técnicas de Janelas	46

4	Capítulo 4 – Metodologia	51
4.1	Particularidades do Ambiente de Efetuação de Testes	51
4.2	Medições Efetuadas a Partir do Gerador de Ondas com Base na Teoria Linear das Ondas	53
4.3	Medições Efetuadas a Partir da Boia e do Acelerómetro.....	56
5	Capítulo 5 – Análise de Dados.....	67
5.1	Tratamento dos Dados Obtidos nas Medições Efetuadas a Partir do Gerador de Ondas com Base na Teoria Linear das Ondas	67
5.2	Tratamento dos Dados Obtidos nas Medições Efetuadas a Partir da Boia e do Acelerómetro	69
5.3	Comparação Entre Valores Obtidos nas Diferentes Medições	72
5.4	Aplicação de Técnicas de Janelas.....	77
6	Capítulo 6 – Conclusões.....	81
6.1	Objetivos Atingidos e Principais Dificuldades.....	81
6.2	Recomendações e Trabalhos Futuros.....	82
	Referências Bibliográficas	85
	Anexos.....	89
	ANEXO A – PROJETO DA BOIA	A-1
	ANEXO B – CÓDIGO MATLAB ®	B-1
	ANEXO C – GRÁFICOS DOS ESPETROS MEDIDOS.....	C-1
	ANEXO D – GRÁFICOS DE DENSIDADE ESPETRAL	D-1

Lista de figuras

Figura 2-1: Representação de uma onda sinusoidal acompanhada das diferentes variáveis implicadas no estudo.....	9
Figura 2-2: Curva típica do espectro de energia do estado do mar	19
Figura 2-3: Curva típica do RAO em arfagem	19
Figura 2-4: Curva típica do espectro de resposta de um navio	19
Figura 2-5: Influência de uma onda no comportamento da boia	21
Figura 3-1: Aplicação das regras de Newton-Cotes	31
Figura 3-2: Exemplo de uma função não periódica	34
Figura 3-3: Exemplo de uma função contínua no tempo em intervalos regulares	36
Figura 3-4: Comparação entre uma FFT e uma DFT em relação ao número de operações para a mesma quantidade de amostras	37
Figura 3-5: Fluxograma do algoritmo Sande-Tukey	39
Figura 3-6: Fluxograma do algoritmo Cooley-Tukey.....	40
Figura 3-7: Área abaixo da curva da densidade espectral.....	41
Figura 3-8: Densidade espectral de um processo de banda estreita	42
Figura 3-9: Função de autocorrelação de um processo de banda estreita	43
Figura 3-10: Processo de banda larga de frequências.....	43
Figura 3-11: Resposta em frequência de uma janela Retangular	47
Figura 3-12: Resposta em frequência de uma janela Triangular	47
Figura 3-13: Resposta em frequência de uma janela de Hanning	48
Figura 3-14: Resposta em frequência de uma janela de Hamming	48
Figura 4-1: Tanque do Laboratório de Arquitetura Naval	52
Figura 4-2: Botões de acionamento e indicador de frequências.....	52
Figura 4-3: Motor elétrico e correia de acoplamento.....	53
Figura 4-4: Escala de auxílio ao cálculo da distância entre cristas.....	53
Figura 4-5: Medição da distância entre cristas de ondas	54
Figura 4-6: Régua auxiliar à medição da amplitude das ondas	54
Figura 4-7: Guia de apoio à boia de estudo.....	57
Figura 4-8: Representação de pontos e distâncias num modelo	60
Figura 4-9: Modelo submetido a testes	61
Figura 4-10: Acelerómetro BRUEL & KJAER modelo 4371	62

Figura 4-11: Amplificador de carga KISTLER modelo 5011	62
Figura 4-12: Osciloscópio do tipo TEKTRONIX modelo TDS2001C	63
Figura 4-13: Suporte desenvolvido para efetuar medições	63

Lista de Tabelas

Tabela 4-1: Tabela de leituras obtidas a partir do gerador de ondas para os vários regimes de rotações do motor elétrico e valores estimados com base na teoria linear das ondas	55
Tabela 4-2: Tabela de conversão dos valores de frequência	56
Tabela 4-3: Tabela auxiliar ao cálculo do volume da boia	58
Tabela 4-4: Tabela auxiliar ao cálculo do centróide da boia	58
Tabela 4-5: Tabela auxiliar ao cálculo do raio metacêntrico	60
Tabela 5-1: Valores referentes às medições a partir do gerador de ondas com base na teoria linear das ondas obtidos por calculador FFT	68
Tabela 5-2: Valores referentes às medições a partir do aparato desenvolvido obtidos por calculador FFT	72
Tabela 5-3: Comparação entre os valores de frequências obtidos nas diferentes medições	72
Tabela 5-4: Erro relativo associado a cada medição efetuada com o aparato desenvolvido para os valores das frequências	73
Tabela 5-5: Comparação entre os valores de amplitudes obtidos nas diferentes medições	74
Tabela 5-6: Erro relativo associado a cada medição efetuada com o aparato desenvolvido para os valores das amplitudes	74
Tabela 5-7: Intervalo de tempo utilizado em cada medição	76

Lista de símbolos e acrónimos

a (i) – Amplitude de onda	G₀G₁ – Variação do centro de gravidade
a (ii) – Massa acrescentada	h – Altura da boia
a (iii), b – Valores do eixo das abscissas	H – Altura da onda
a₀, a_k, b_k – Coeficientes de Fourier	H_s – Altura significativa
a_n – Número inteiro	i – Número imaginário
A(ω), B(ω) – Componentes da Transformada de Fourier	I(i) – Valor do integral
A_ω – Área imersa	I(ii) – Inércia
B – Centro de querena	K – Altura da quilha
b – Coeficiente de amortecimento	k(i) – Número de onda
BM – Raio metacêntrico	k(ii) – Variável de integração
c (i) – Velocidade de fase	KM – Altura do metacentro
c (ii) – Coeficiente de rigidez	KG₀ – Altura do centro de gravidade inicial
c_g – Velocidade grupal	KG₁ – Altura do centro de gravidade final
D – Distância ao centro de gravidade inicial	Log – Logaritmo
d – Profundidade	M – Metacentro
d(t) – Função de derivação	MATLAB® – Matrix Laboratory
d\vec{A} – Elemento de área	m(i) – Massa da boia
dV – Elemento de volume de controlo	m (ii) – Valor médio
DFT – Discrete Fourier Transform	m_n – Momento de ordem n
e – Número de Neper	n – Número de amostragem
E[] – Energia do espectro	N – Número de ciclos
f – Frequência	P – Pressão
f() – Função matemática	r (i) – Amplitude de onda
F – Resultante das forças verticais aplicadas na boia	r (ii) – Variável de integração
F₀, F₁, F₂ – Funções harmónicas	r (iii) – Raio
FFT – Fast Fourier Transform	RAO – Response Amplitude Operator
g – Aceleração gravítica	R_x – Função de autocorrelação
GM – Altura metacêntrica	sc – Superfície de controlo
	S₀ – Valor densidade espectral medido

S_x – Densidade espectral
 S_ζ – Energia do estado do mar
 S_z – Energia de resposta de um navio
 t – tempo
 $T(i)$ – Período da onda
 $T(ii)$ – Altura imersa
 T_c – Período médio entre picos
 T_m – Período médio
 T_p – Período de pico
 T_z – Período médio dos zeros
 ascendentes
USB – Universal Serial Bus
 V – Volume
 vc – Volume de controlo
 $W(i)$ – Fator complexo de multiplicação
 $W(ii)$ – Massa total da boia
 w_p – Massa de cada peso adicionado
 $w[n]$ – Expressão para as técnicas de
 janelas aplicadas
 x – Direção da onda
 $x(t)$ – Função periódica
 $x(\omega)$ – Transformada de Fourier
 x_k – DFT
 x_n – Valores do eixo das ordenadas
 x_r – Inverso da DFT
 z – Movimento vertical da boia
 Z_a – Amplitude do movimento de
 arfagem
 \vec{A} – Vetor área
 Δ – Intervalo de amostragem
 $\Delta\omega$ – Espaço adjacente entre
 harmónicas

∂ – Derivada Parcial
 δ - Delta de Dirac
 $\varepsilon(i)$ – Ângulo de fase
 $\varepsilon(ii)$ – Irregularidade do estado de mar
 ε_x – Erro relativo
 $\hat{u}, \hat{v}, \hat{w}$ – Componentes do vetor
 η – Superfície livre
 η_1 – Onda de retorno
 η_2 – Sobreposição de ondas
 ρ – Densidade
 π – Número Pi
 σ – Ângulo de fase
 $\tau(i)$ – Ângulo de fase
 $\tau(ii)$ – Variável de tempo absoluta
 \emptyset – Função escalar
 \vec{V} – Vetor velocidade
 ω – Frequência angular da onda
 ω_k – Frequência angular da harmónica
 ω_n – Frequência de ordem n
 ω_p – Frequência de pico
 λ – Comprimento de onda
 \dot{z} – Velocidade vertical da boia
 \ddot{z} – Aceleração vertical da boia
 \bar{z} – Altura média
 \bar{Z} – Centróide
 ξ – Elevação da superfície da onda
 $\dot{\xi}$ – Velocidade vertical da superfície da
 onda
 $\ddot{\xi}$ – Aceleração vertical da superfície da
 onda
 Σ – Somatório
 \int – Integral

Capítulo 1

Introdução

1.1 Enquadramento Histórico

1.2 Justificação do Tema

1.3 Objetivos

1 Capítulo 1 – Introdução

1.1 Enquadramento Histórico

As primeiras experiências ligadas à Arquitetura Naval tomaram lugar há muitos milhares de anos, quando as tribos que habitavam perto do mar se aventuravam a construir meios fluviais com base nos troncos de árvores, experimentando depois os efeitos que a maré e o vento tinham nessas suas invenções. Com os acidentes que as pessoas dessas tribos sofreram, os artesãos começaram a corrigir algumas imperfeições e a desenvolver novos métodos de construção.

Mais tarde, no século XVII, Pierre Bouguer (1698-1758) lançou muitas bases para a área de Arquitetura Naval, ficando então conhecido como o pai desta área. Foi então, que no século XVIII, grandes nomes da física e da matemática, desenvolveram essas bases que mais tarde levariam ao sueco Frederick Chapman (1721-1808) a ser o protagonista no trabalho sobre a resistência do navio e que por sua vez este, viria a servir de base para os trabalhos desenvolvidos por William Froude (1810-1879).

Atualmente, a Arquitetura Naval, dedica-se principalmente à segurança, desempenho e geometria dos navios. Relativamente à segurança do navio, é necessário garantir que este é suficientemente forte para aguentar as condições de mar e atmosféricas que pode vir a sofrer. Para o desempenho do navio, já se torna necessário entrar em linha de conta com o empenhamento deste, podendo ser de empenho comercial ou navio de guerra. Como tal, o tamanho, peso, velocidade, resistência e métodos de propulsão entre outras características, devem ser combinadas da melhor maneira por forma ao navio poder cumprir a sua missão. Por fim, a geometria do navio, prende-se um pouco com o conforto da tripulação permitindo-lhes executar as suas funções, mas também está ligada à segurança da navegação, pois o arquiteto deve garantir que o impacto ambiental é mínimo, tanto em operação como em caso de possível acidente.

Existe ainda uma outra área muito importante de salientar que vai permitir obter o espetro desejado para este estudo, o tratamento de sinal, onde vai ser posto em prática um dos grandes passos que permitiu economizar o custo computacional diminuindo o tempo de processamento, isto é reduzindo significativamente o número de operações em relação ao número de amostras, comparando com um outro método qualquer, o algoritmo FFT.

Este algoritmo surge após grande dedicação do estatístico John Tukey (1915-2000), que numa primeira abordagem desenvolveu uma aproximação da transformada discreta de Fourier, sendo porém limitada, na altura, a capacidade dos computadores, que ainda se encontravam na sua fase primordial. Dado isto, e após Tukey conferenciar com o seu colega Richard Hamming (1915-1998), chegou-se à conclusão que este algoritmo não trazia qualquer vantagem, dado que com a tecnologia da época, a reorganização dos dados após cada iteração implicava um processo mais demorado de reorganização, e como tal os ganhos obtidos seriam eliminados.

Mas Tukey não se conformou com este resultado, e mais tarde voltou a abordar Hamming, o qual se recusou a voltar a perder tempo com o mesmo assunto. Foi aí que Tukey decidiu contactar James W. Cooley (1926) que implementou o algoritmo e desta vez com sucesso. Mais tarde Hamming veio a arrepender-se da sua opção, pois este não entrou em linha de conta com a evolução da tecnologia e da capacidade que um computador agora tinha de possuir quantidades razoáveis de memória eletrónica, o que permitia que a reorganização da FFT podia ser agora feita na memória central sem necessidade de recorrer a cartões perfurados. E foi então por esta razão que o atual conhecido por algoritmo de Cooley-Tukey não se chama algoritmo de Hamming-Tukey.

1.2 Justificação do Tema

A escolha deste tema incidiu principalmente na possibilidade de reunir duas áreas distintas, a Arquitetura Naval e o Tratamento de Sinal.

Apesar de toda a envolvente que a Arquitetura Naval carrega, tais como todas as responsabilidades, cálculos e preocupações, esta é uma área que tem sido muito explorada desde a sua fase primordial e uma das áreas que requer maior atenção e cuidado pois não só se podem prevenir grandes desastres ambientais como principalmente se podem poupar muitas vidas.

Neste trabalho, o estudo incide no cálculo do espectro de ondulação do Tanque do Laboratório de Arquitetura Naval, com base na arfagem sofrida por um modelo de teste concebido para neste, serem notas as alterações de movimento provocadas pelas ondas geradas no tanque.

No capítulo 2 está explicada a teoria utilizada ligada às ondas geradas no tanque, a teoria linear, assim como todas as variáveis importantes a tomar em consideração, e ainda os procedimentos experimentais para obter o espectro de ondulação desejado.

No capítulo 3, descrevem-se as bases da análise de Fourier, distinguindo a vantagem das FFT's em relação às DFT's, assim como está explicado o algoritmo das FFT's, e ainda é feita uma abordagem sobre a integração numérica de Newton-Cotes, devido à necessidade de integrar os valores de aceleração medidos pelo sensor, para obter valores de deslocamento.

No capítulo 4, é dado a conhecer o ambiente de realização dos testes, é caracterizado o objeto concebido para ser suficientemente sensível para deteção e medição da variação da altura da superfície linear, assim como todos os componentes que vão permitir obter resultados. É ainda dado a conhecer o método utilizado para a obtenção de resultados.

No capítulo 5, são tratados os dados obtidos na medição prática, ou seja utilizando o objeto concebido e o sensor, e onde estes são comparados com os valores teóricos, resultantes das fórmulas apresentadas no capítulo 2.

1.3 Objetivos

O principal objetivo deste estudo consiste na obtenção de espectros de ondulação do Tanque de Arquitetura Naval, através de um modelo concebido para ser sensível às ondas geradas no mesmo, ondas essas que resultam do gerador de ondas regulável pertencente ao tanque.

Na análise de comportamento no mar, existem oscilações forçadas de um sistema, resultantes da ação de uma força externa, cuja resposta pode ser obtida através da interação entre a energia do estado do mar e a função transferência.

A ondulação provoca movimentos diferentes consoante os flutuadores, pelo que a medição a ser efetuada neste estudo irá incidir no deslocamento linear na direção vertical de uma boia, sendo então necessário um dispositivo com uma leitura em apenas um grau de liberdade.

Mas é importante conhecer todas as envolventes para as medições a serem feitas, tais como as diferentes variáveis que vão influenciar os resultados, como por exemplo a relação entre a profundidade do ambiente de estudo e as características das ondas geradas. Uma vez que vai existir um objeto sujeito a estas ondas e efeitos relacionados, é importante que este cumpra as premissas relativas à estabilidade do mesmo, e por isso a posição do centro de gravidade e do metacentro do objeto são bastante importantes para obter os resultados desejados.

Como ferramenta de análise aos valores recolhidos, foi usado o programa MATLAB®, que permitiu obter os gráficos relativos aos dados medidos pelo conjunto boia e sensor. Este programa proporciona não só a obtenção de diferentes espetros, como também permite utilizar um calculador FFT para analisar os gráficos e desta forma obter uma resposta das características das ondas geradas no tanque, onde, com a aplicação de filtros, o ruído das medições é suavizado.

É, no entanto, importante tomar em consideração todos os erros que estão associados quer aos valores teóricos provenientes de fórmulas ligadas à teoria linear, quer nas medições práticas onde se vai utilizar o modelo concebido, os quais resultam de diversos motivos tais como, as dimensões do tanque, e que são minimizados para que os resultados deste estudo sejam conclusivos, sendo então possível obter o espetro desejado para o Tanque do Laboratório de Arquitetura Naval.

Capítulo 2

Comportamento num Mar Irregular

2.1 Teoria Linear

2.2 Ondas Estacionárias

2.3 Mar Irregular

2.4 Resposta em Arfagem de uma Boia Cilíndrica

2 Capítulo 2 – Comportamento num Mar Irregular

2.1 Teoria Linear

A Teoria Linear das Ondas surge devido à complexidade dos processos de geração e propagação de ondas, com a finalidade de tornar possível encontrar uma solução para a equação de movimento das mesmas. Com base nesta teoria, consideram-se algumas simplificações relativamente às próprias ondas e ao meio de propagação destas, para formular assim o problema das ondas de superfície. Sendo assim, considera-se o seguinte:

- Profundidade da água (d) e comprimento de onda (λ) constantes;
- Movimento das ondas em duas dimensões, sendo progressivas na direção positiva de x , e com altura constante de crista ao longo do seu percurso;
- Ondas periódicas e uniformes com altura H e período T , mantendo o seu perfil constante ao longo do tempo;
- Fluido e meio de propagação destas, incompressíveis e irrotacionais;
- Desprezo dos efeitos de coriolis, tensão superficial, turbulência e viscosidade;
- Reduzida altura da onda em comparação com o seu comprimento e à profundidade da água;
- Superfície livre representada por $\eta(x,y,t)$.

A seguinte figura ajuda a ilustrar a situação que se está a estudar (Albuquerque, 2008):

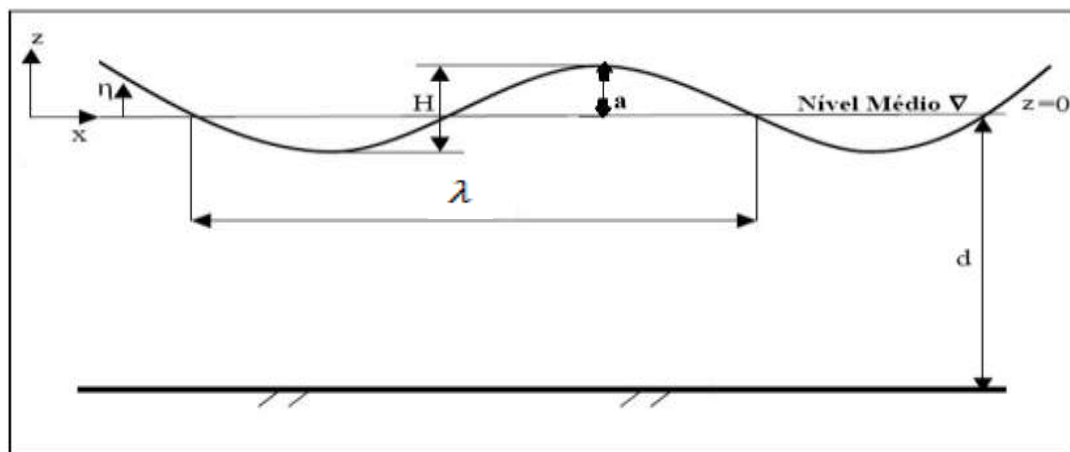


Figura 2-1: Representação de uma onda sinusoidal acompanhada das diferentes variáveis implicadas no estudo

Considerando agora um fluido como uma distribuição contínua de matéria, sendo que:

- O volume de controlo diferencial prismático do fluido tem arestas com comprimento dx , dy e dz ;
- A massa específica no centro do volume é ρ ;
- A velocidade é dada por $\vec{V} = \hat{i}u + \hat{j}v + \hat{k}w$.

Para encontrar uma solução para esta teoria, são então consideradas duas equações primordiais essenciais:

- A equação de conservação de massa;
- A equação de conservação de momento.

Começando então pela equação da conservação da massa, da qual o princípio referente a esta nos identifica massa constante num sistema fechado, o volume de controlo (vc) é então expresso na forma integral por (Albuquerque, 2008, pp. 55-62):

$$\int_{sc} \rho \vec{V} d\vec{A} + \frac{\partial}{\partial t} \int_{vc} \rho dV = 0 \quad (2.1.1)$$

O primeiro termo representa a taxa líquida de fluxo de massa para fora da superfície de controlo (sc), e o segundo a taxa de variação de massa dentro do volume de controlo.

Antes de se proceder ao tratamento desta equação, é necessário considerar a seguinte aproximação linear correspondente ao termo linear da expansão na série de Taylor. Portanto, nas faces à direita considera-se o sinal positivo e nas faces à esquerda o sinal negativo para as seguintes expressões:

$$\rho|_{x \pm \frac{dx}{2}} = \rho \pm \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} \right) \frac{dx}{2} \quad (2.1.2)$$

$$u|_{x \pm \frac{dx}{2}} = u \pm \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \frac{dx}{2} \quad (2.1.3)$$

Posto isto, é agora possível proceder-se à análise da equação 2.1.1. Começando pelo primeiro termo referente à taxa líquida de fluxo de massa para fora da superfície de controlo, é então considerado o fluxo de massa em cada uma das seis faces. Como tal, para a direção x , o fluxo é representado na face esquerda por:

$$\int \rho \vec{V} d\vec{A}|_{-x} = - \left[\rho - \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} \right) \frac{dx}{2} \right] \left[u - \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \frac{dx}{2} \right] dydz \quad (2.1.4)$$

E na face direita por:

$$\int \rho \vec{V} d\vec{A}|_x = \left[\rho + \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} \right) \frac{dx}{2} \right] \left[u + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \frac{dx}{2} \right] dydz \quad (2.1.5)$$

Respeitando o sinal tal como referido anteriormente.

Da associação das equações 2.1.4 e 2.1.5, e aplicando a regra das derivadas:

$$(uv)' = u'v + uv' \quad (2.1.6)$$

Resulta a seguinte expressão:

$$\int \rho \vec{V} d\vec{A}|_{-x} + \int \rho \vec{V} d\vec{A}|_x = \left[u \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} \right) + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \right] dx dy dz = \left(\frac{\partial \rho u}{\partial x} \right) dx dy dz \quad (2.1.7)$$

Efetuada os mesmos cálculos para as restantes direções, conclui-se que a taxa líquida do fluxo de massa para fora da superfície de controlo é representada por:

$$\int_{sc} \rho \vec{V} d\vec{A} = \left[\left(\frac{\partial \rho u}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial \rho v}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial \rho w}{\partial z} \right) \right] dx dy dz \quad (2.1.8)$$

Avançando para o segundo termo da equação 2.1.1, e partindo da premissa referente à massa do fluido no volume de controlo ser resultante do produto da densidade pelo volume, resulta:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{vc} \rho dV = \frac{\partial \rho}{\partial t} dx dy dz \quad (2.1.9)$$

Representada na forma diferencial dá origem a:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (2.1.10)$$

Mas, como foi considerado anteriormente que se está a tratar de um fluido incompressível, então ρ é independente das coordenadas espaciais e do tempo:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.1.11)$$

Para ser possível a simplificação desta equação é necessário lembrar que se está a considerar o fluido com movimento irrotacional, pelo que uma dada função escalar pode ser definida por:

$$\bullet \quad u = \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (2.1.12)$$

$$\bullet \quad v = \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (2.1.13)$$

$$\bullet \quad w = \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (2.1.14)$$

Posto isto, a equação de conservação da massa é então expressa pela equação de Laplace da seguinte forma:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (2.1.15)$$

Mas dado que se considera o movimento das ondas em apenas duas direções (x e z) a equação assume a seguinte forma (Pereira, 2008, pp. 19-28):

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (2.1.16)$$

Nesta fase, a questão referente à conservação da massa está concluída e procede-se ao passo seguinte, que diz respeito à equação da conservação do momento. Recorrendo à equação de Euler, ou também conhecida por Bernoulli Não Estacionária dado que existem variações das propriedades ao longo do tempo, obtém-se:

$$-\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{p}{\rho} + gz = 0 \quad (2.1.17)$$

Para resolver as equações 2.1.16 e 2.1.17 são utilizadas três condições de fronteira:

- A condição dinâmica na superfície livre;
- A condição cinemática na superfície livre;
- A condição cinemática no fundo do mar.

Visto que para a superfície livre é necessário ter em consideração que a pressão é a atmosférica e portanto é nula, representa-se a condição dinâmica na superfície livre da seguinte forma:

$$-\frac{\partial \phi}{\partial t} + g\eta = 0, \text{ em } z=0 \quad (2.1.18)$$

A condição cinemática na superfície livre diz que para uma superfície livre ligeiramente inclinada, a velocidade vertical do fluido nesta deve ser igual à velocidade vertical na própria superfície, não existindo transporte de fluido à superfície, pelo que:

$$-\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\partial \eta}{\partial t}, \text{ em } z=0 \quad (2.1.19)$$

Como não existe escoamento através do fundo sólido do mar, a condição cinemática no fundo do mar dá origem a:

$$-\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0, \text{ em } z=-d \quad (2.1.20)$$

A solução geral das equações 2.1.16 e 2.1.17, a qual cumpre com as condições de fronteira é:

$$\phi(x, z, t) = \frac{ag}{\omega} \frac{\cosh [k(d + z)]}{\cosh (kd)} \cos(kx - \omega t) \quad (2.1.21)$$

Onde:

- a: Amplitude de onda;
- g: Aceleração gravítica;
- ω : Frequência angular da onda;
- k: Número de onda;
- d: Profundidade.

Na Teoria Linear das Ondas, é importante ter em conta que todos os resultados dependem da profundidade, pois é através deste parâmetro que se classifica o tipo de águas, podendo ser águas profundas, intermédias ou pouco profundas. A importância deste parâmetro está no facto de em águas de menor profundidade, existir alteração nas características da onda, tais como a forma e direção, inclinação das cristas e, como se vai ver mais à frente, a diminuição de velocidade.

Uma relação que vai permitir assumir algumas simplificações, é a relação do comprimento de onda, que é dada pela seguinte expressão (Pereira, 2008, pp. 19-28):

$$\lambda = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi d}{\lambda}\right) \quad (2.1.22)$$

Através desta, e utilizando uma função que vai ser relevante na determinação da velocidade de fase e da relação de dispersão ($\tanh(kd)$), pode assumir-se que para águas profundas a profundidade é muito maior que o comprimento de onda, o que significa que kd é muito maior que 1 e portanto efetua-se a seguinte aproximação: $\tanh(kd) \approx 1$. Para águas pouco profundas o raciocínio é precisamente o mesmo, sendo portanto o comprimento de onda bastante superior relativamente à profundidade e kd muito menor que 1, obtendo: $\tanh(kd) \approx kd$.

Portanto, retomando às condições de fronteira, vão ser determinadas as equações das propriedades das ondas, nomeadamente a da elevação da superfície do mar, a da relação de dispersão, a da velocidade de cada fase e a velocidade de grupo.

A equação para a elevação da superfície do mar surge da condição de fronteira dinâmica na superfície livre:

$$\eta = a \sin(kx - \omega t) \quad (2.1.23)$$

Nesta expressão, as variáveis a , k e ω são determinadas da seguinte forma:

$$\bullet \quad a = \frac{H}{2} \quad (2.1.24)$$

$$\bullet \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad (2.1.25)$$

$$\bullet \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2.1.26)$$

A próxima equação é referente à equação da relação de dispersão, e surge da combinação das duas condições de fronteira na superfície livre, a dinâmica e a cinemática:

$$\omega^2 = gk \tanh(kd) \quad (2.1.27)$$

Nesta propriedade, o fator profundidade assinala a diferença entre as expressões a ser obtidas devido às aproximações consideradas anteriormente. Deste modo, para águas profundas a expressão é dada por:

$$\tanh(kd) \approx 1, \text{ então } \omega^2 = gk \quad (2.1.28)$$

E para águas pouco profundas:

$$\tanh(kd) \approx kd, \text{ então } \omega^2 = gk^2d \quad (2.1.29)$$

A velocidade a que cada fase particular da onda se propaga, é por definição:

$$c = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k}. \quad (2.1.30)$$

Combinando agora com a equação geral da relação de dispersão, obtém-se:

$$c^2 = \frac{g}{k} \tanh(kd) \quad (2.1.31)$$

Nesta propriedade acontece exatamente o mesmo que na relação de dispersão, ou seja a profundidade volta a ser decisiva na simplificação da expressão. Desta forma, para águas profundas resulta:

$$\tanh(kd) \approx 1, \text{ e tendo em conta que } \omega^2 = gk \leftrightarrow k = \frac{\omega^2}{g}, \text{ então: } c^2 = \frac{g}{k} \leftrightarrow c^2 =$$

$$\frac{g}{\frac{\omega^2}{g}} \leftrightarrow c^2 = \frac{g^2}{\omega^2} \leftrightarrow c = \frac{g}{\omega} \quad (2.1.32)$$

E para águas pouco profundas:

$$\tanh(kd) \approx kd, \text{ então } c^2 = \frac{gkd}{k} \leftrightarrow c = \sqrt{gd} \quad (2.1.33)$$

Por fim, o conceito de velocidade grupal resulta da sobreposição de várias ondas simples, com velocidades diferentes de propagação. Portanto, como se considera que as ondas se movimentam em duas dimensões, a expressão geral que define a velocidade grupal é dada por:

$$c_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} \quad (2.1.34)$$

Pelo que, tomando em consideração a relação de dispersão, obtém-se a seguinte equação:

$$c_g = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{2kd}{\sinh(2kd)} \right] c \quad (2.1.35)$$

Nesta propriedade, as expressões relativas a águas profundas e pouco profundas são respetivamente:

$$c_g = \frac{c}{2} \quad (2.1.36)$$

$$c_g = c \quad (2.1.37)$$

Quando as ondas atingem uma menor profundidade, sofrem diversas alterações tais como na sua forma, direção e velocidade. Portanto através da relação de dispersão (Equação 2.1.27), percebe-se que para profundidades menores a velocidade diminui (Equação 2.1.30). Desta forma, através da equação 2.1.22, verifica-se que esta mesma relação também se aplica, dando origem a uma diminuição do comprimento de onda. O mesmo já não acontece com o período que como se verifica é independente da profundidade.

2.2 Ondas Estacionárias

É importante referir o que acontece quando no ambiente de estudo se misturam ondas de ida com ondas de retorno. Com isto está a ser identificado um problema de ondas estacionárias, isto é ondas com uma curta distância no seu percurso que vão interagir com as ondas que ainda não percorreram essa mesma distância. Como tal, é necessário conhecer a expressão que nos identifica a existência de ondas estacionárias nas ondas geradas.

Começando por olhar para a equação da elevação da superfície do mar já referida anteriormente (Equação 1.1.23):

$$\eta = a \sin(kx - \omega t)$$

Se for considerada a direção oposta, tomada quando esta encontra o fim do percurso e regressa, a equação para este tipo de onda será (Faltinsen, 1990, pp. 13-23):

$$\eta_1 = a \sin(kx + \omega t) \quad (2.2.1)$$

Agora, visto que estas ondas se vão encontrar com as que ainda estão a iniciar o seu percurso, vai ocorrer uma sobreposição das ondas, a qual é traduzida pela equação:

$$\eta_2 = a \sin(kx - \omega t) + a \sin(kx + \omega t) \quad (2.2.2)$$

Recorrendo à relação matemática que resolve esta equação:

$$\sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \sin b \cos a \quad (2.2.3)$$

É possível obter-se então uma equação final para traduzir a sobreposição das ondas numa situação de ondas estacionárias:

$$\eta_2 = 2a \sin(kx) \cos(\omega t) \quad (2.2.4)$$

2.3 Mar Irregular

O mar apresenta-se como o resultado de um elevado número de ondas sinusoidais sobrepostas entre elas, que diferem no comprimento e consequentemente nas frequências presentes no sistema. Consoante as variações nos parâmetros das ondas, o sistema de onda irregular pode assumir uma dimensão ou duas dimensões. Para o primeiro caso, de uma dimensão, este verifica-se quando todos os parâmetros da onda assumem a mesma direção, verificando-se apenas diferenças na frequência e na amplitude. Esta seria a situação ideal a considerar neste estudo, retirando os respetivos valores através da arfagem verificada no objeto submetido a testes. Mas, tal como na maioria dos casos, os componentes individuais de uma onda viajam em diferentes direções, e em vez de se obter ondas com cristas longas, o resultado recai em irregularidades tais como protuberâncias e covas.

O estudo da resposta de um objeto ou navio ao efeito provocado pelas ondas, é muito importante e bastante considerado no início de um projeto. Como tal, são bastante estudados os diversos movimentos que um corpo pode vir a sofrer, tais como movimentos de translação, podendo ser avanço, deriva ou arfagem, e rotação como é o caso do balanço, cabeceio ou guinada. Para este estudo apenas nos focamos na arfagem, na qual se tem de considerar o efeito de massa acrescentada na sua equação, devido ao corpo estar a acelerar num fluido.

Um dos fatores que contribui para o estudo da resposta de qualquer objeto flutuante num mar irregular é a função transferência, também conhecida por RAO (response amplitude operator). Esta resulta da relação entre o espectro de energia de resposta de um navio com o espectro de energia do estado de mar tal como é possível observar pela seguinte expressão (Bhattacharyya, 1978, pp. 121-136):

$$|RAO|^2 = \frac{S_z}{S_\zeta} \quad (2.3.1)$$

As variáveis utilizadas na relação, correspondem a um movimento de arfagem, e as respetivas curvas típicas de cada elemento na equação anterior, estão representados nas figuras 2-2, 2-3 e 2-4 (Rawson & Tupper, Basic Ship Theory vol.2, 2001).

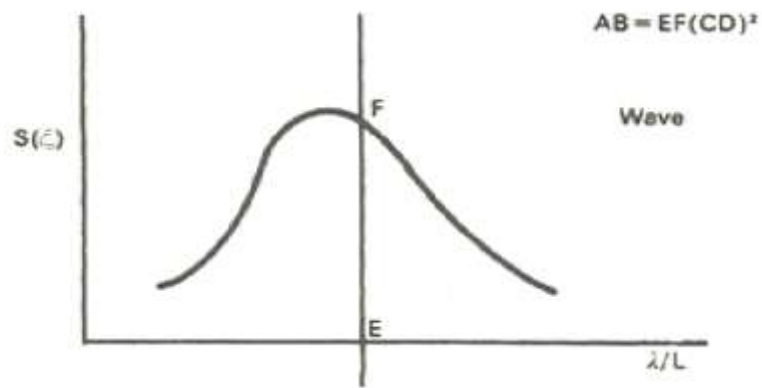


Figura 2-2: Curva típica do espectro de energia do estado do mar

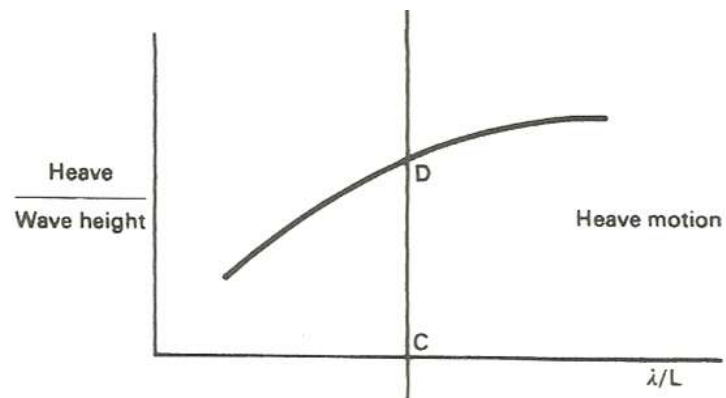


Figura 2-3: Curva típica do RAO em arfagem

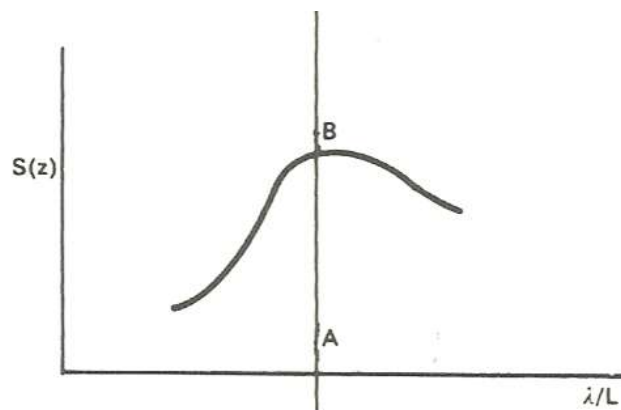


Figura 2-4: Curva típica do espectro de resposta de um navio

Portanto, o movimento de um navio em mar irregular é determinado pelos seguintes passos:

- Escolher um espectro de onda adequado para o navio a operar;
- Transformar o espectro de ondas, num espectro onde ao invés de considerar a frequência absoluta, se considere a frequência de encontro. Como a energia total não varia, a área abaixo do espectro permanece a mesma;
- Obter um espectro onde as ordenadas representem a amplitude de movimento e as abscissas representem a distribuição da frequência de encontro. Este pode ser obtido tanto analiticamente como por experimentação num tanque próprio;
- Modificar o novo espectro de modo a que as ordenadas representem a relação entre o quadrado da amplitude do movimento, dividindo pelo quadrado da amplitude de onda (RAO);
- Obter o espectro de amplitude de movimento para as respectivas frequências de encontro;
- Por fim, a área abaixo do espectro de amplitude de movimentos é utilizada para obter as características do movimento necessárias.

Mas, nesta investigação, o que se pretende é conceber um objeto de estudo para efetuar testes, num determinado local destinado para a realização destes, e como tal é essencial seguir os próximos passos:

- Conceber um modelo de teste considerando RAO igual a 1. Será necessário um variado número de ciclos para cada velocidade por forma a melhorar a confiança na análise a ser realizada;
- Medir a resposta de um modelo sujeito ao efeito de ondas geradas num tanque. É importante manter a relação do comprimento de onda com a amplitude de 40:1;
- O gerador de ondas começa com uma frequência alta, fica mais lento até que por fim parará, fazendo com que inicialmente exista ondas curtas que gradualmente serão ultrapassadas pelas mais longas. O modelo começa em águas calmas, seguindo para uma sequência de ondas, e terminando novamente em águas calmas.

2.4 Resposta em Arfagem de uma Boia Cilíndrica

Quando uma boia é submetida aos efeitos provocados pelas ondas, esta apresenta movimentos verticais e horizontais mas, para este estudo, apenas os movimentos verticais são considerados. Desta forma, a aplicação da segunda lei de Newton é considerada em qualquer instante (Comstock, 1939, pp. 628-634):

$$F = m\ddot{z} \quad (2.4.1)$$

Sendo que nesta equação:

- F : Soma de todas as forças verticais que estão a atuar na boia;
- m : Massa da boia;
- \ddot{z} : Aceleração vertical instantânea.

Em águas calmas o somatório das forças verticais aplicadas é nulo, pelo que não são consideradas quaisquer forças. É importante referir ainda que F e \ddot{z} têm um comportamento sinusoidal, embora normalmente não estejam em fase com a elevação da superfície da onda. A figura seguinte ilustra o comportamento tomado pela boia à passagem de uma onda (Comstock, 1939):

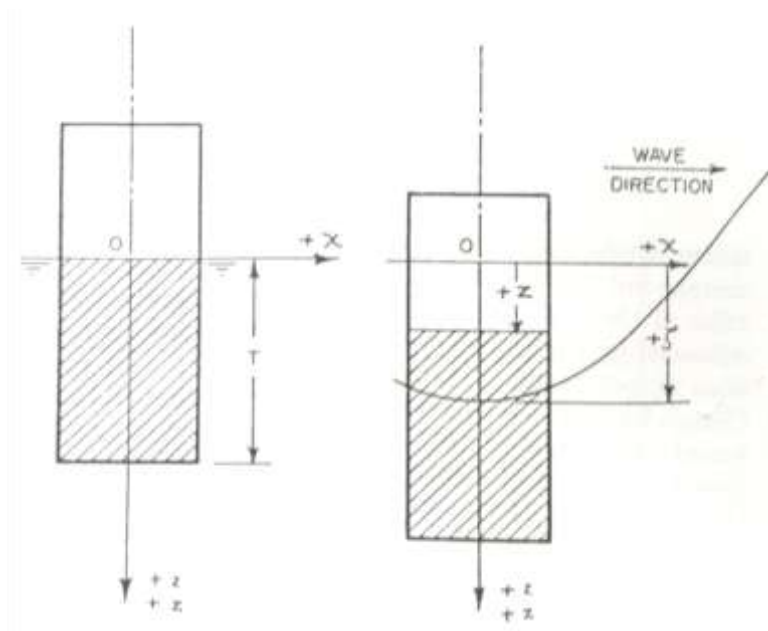


Figura 2-5: Influência de uma onda no comportamento da boia

A força total aplicada na boia é dividida em força hidrostática, que depende do nível relativo de água, e em força hidrodinâmica, que depende do movimento relativo da boia e do fluido. Começando por conhecer as componentes da força hidrostática (Comstock, 1939, pp. 628-634):

$$(-z + \xi)c \quad (2.4.2)$$

Onde:

- z : Movimento vertical;
- ξ : Elevação da superfície da onda;
- c : Rigidez.

Sendo que a constante de rigidez é representada por:

$$c = \rho g A_\omega \quad (2.4.3)$$

Representando A_ω a área submersa da boia.

Relativamente à força hidrodinâmica as componentes são:

$$a(-\ddot{z} + \ddot{\xi}) + b(-\dot{z} + \dot{\xi}) \quad (2.4.4)$$

A primeira parte desta força diz respeito a uma força que é perpendicular à força hidrostática, em que:

- a : Massa acrescentada (massa de água que quando sofre uma aceleração produz uma força de inércia igual à resultante vertical de todas as pressões no fluido causadas pelas acelerações reais de partículas de água em relação ao corpo);
- \ddot{z} : Aceleração vertical da boia;
- $\ddot{\xi}$: Aceleração vertical da superfície da onda.

O segundo conjunto de componentes desta força diz respeito a uma discordância com a fase de 90° em relação ao movimento relativo de aceleração e da força hidrostática, onde:

- b : Coeficiente de amortecimento;
- \dot{z} : Velocidade vertical da boia;
- $\dot{\xi}$: Velocidade vertical da superfície de onda.

Considerando que a boia apenas está sujeita a estas duas forças, desprezando as forças externas, é possível então deduzir a equação de equilíbrio dinâmico da boia em qualquer instante:

$$F = m\ddot{z} = a(-\ddot{z} + \ddot{\xi}) + b(-\dot{z} + \dot{\xi}) + c(-z + \xi) \quad (2.4.5)$$

Pelo que reorganizando a equação 2.4.5, se obtém:

$$(m + a)\ddot{z} + b\dot{z} + cz = a\ddot{\xi} + b\dot{\xi} + c\xi \quad (2.4.6)$$

Para resolver esta igualdade, começa-se por considerar o seguinte:

- $F_1 \cos(\omega t); \quad (2.4.7)$

- $F_2 \sin(\omega t); \quad (2.4.8)$

- $\xi = r \cos(\omega t). \quad (2.4.9)$

Desta forma, retomando a equação 2.4.6 e aplicando a igualdade 2.4.9, obtém-se:

$$\begin{aligned} a\ddot{\xi} + b\dot{\xi} + c\xi &= -ar\omega^2 \cos(\omega t) - br\omega \sin(\omega t) + cr \cos(\omega t) \quad (2.4.10) \\ &= r[(c - a\omega^2) \cos(\omega t) - b\omega \sin(\omega t)] \end{aligned}$$

E portanto:

$$F_1 = r(c - a\omega^2) \quad (2.4.11)$$

$$F_2 = -rb\omega \quad (2.4.12)$$

A resultante das forças pode ser escrita então da seguinte forma:

$$F = F_1 \cos(\omega t) + F_2 \sin(\omega t) = F_0 \cos(\omega t - \sigma) \quad (2.4.13)$$

Para concluir, obtém-se as expressões:

$$F_0 = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = r[(c - a\omega^2)^2 + (b\omega)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (2.4.14)$$

$$\sigma = \tan^{-1} \left(\frac{-b\omega}{c-a\omega^2} \right) \quad (2.4.15)$$

Sendo a boia um cilindro com fundo plano, a força hidrostática é totalmente provocada pela pressão no fundo da boia, pelo que é necessário aplicar a seguinte correção:

$$\xi = \xi * e^{-kz} \quad (2.4.16)$$

Mas como a altura imersa é superior ao afundamento que a boia vai sofrer, considera-se que:

$$e^{-kz} = e^{-kT} \quad (2.4.17)$$

É agora possível determinar a equação de movimento da boia nas ondas, sendo obtida através de:

$$(m + a)\ddot{z} + b\dot{z} + cz = F_0 \cos(\omega t + \sigma) e^{-kT} \quad (2.4.18)$$

Partindo agora para a expressão do movimento de arfagem da boia:

$$z = z_a \cos(\omega t + \varepsilon) \quad (2.4.19)$$

É possível observar na equação 2.4.6 que no movimento vertical da boia, contrariamente com o que se passa na elevação da superfície da onda onde o termo da aceleração apenas tem o componente de massa acrescentada, o termo de aceleração aqui tem ainda a massa da boia, pelo que o valor da amplitude do movimento de arfagem é obtido por:

$$z_a = F_0 [(c - m\omega^2 - a\omega^2)^2 + (b\omega)^2]^{-\frac{1}{2}} e^{-kT} \quad (2.4.20)$$

Esta expressão é obtida com base nas equações 2.4.10 e 2.4.18. Relativamente ao ângulo de fase, resulta através de:

$$\tau = \tan^{-1} \left(\frac{b\omega}{c-(m+a)\omega^2} \right) \quad (2.4.21)$$

Retomando a equação 2.4.20, e substituindo F_0 com base na equação 2.4.14, obtém-se:

$$Z_a = r \left[\frac{(c-a\omega^2)^2 + b^2\omega^2}{(c-m\omega^2-a\omega^2)^2 + b^2\omega^2} \right]^{\frac{1}{2}} e^{-kT} \quad (2.4.22)$$

Olhando agora para o ângulo de fase geral (ε) é obtido por:

$$\varepsilon = \sigma - \tau \quad (2.4.23)$$

Substituindo agora estas expressões na equação 2.4.19, conclui-se assim que o movimento de arfagem da boia em função do tempo é:

$$z = z_a \cos (\omega t + \tau + \sigma) \quad (2.4.24)$$

Capítulo 3

Tratamento de Sinal

3.1 Integração Numérica de Newton-Cotes

3.2 Análise de Fourier

3.3 Transformadas Discretas e Rápidas de Fourier

3.4 Densidade Espectral

3.5 Técnicas de Janelas

3 Capítulo 3 – Tratamento de Sinal

3.1 Integração Numérica de Newton-Cotes

A integração numérica tem como base as fórmulas de integração de Newton-Cotes, cujo objetivo consiste em transformar uma função complicada numa função mais simples (Chapra & Canale, 2008, pp. 504-522):

$$I = \int_a^b f(x)dx \cong \int_a^b f_n(x)dx \quad (3.1.1)$$

Onde, f_n representa um polinómio:

$$f_n(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n \quad (3.1.2)$$

E onde n representa o grau do polinómio. Estas fórmulas são divididas em fechadas e em abertas consoante são conhecidos os extremos inicial e final de integração ou não, respetivamente. Como se vai trabalhar com extremos conhecidos, vai ser usada uma combinação das seguintes regras de integração:

- Regra do Trapézio;
- Regra de 1/3 de Simpson;
- Regra de 3/8 de Simpson.

A regra do Trapézio é utilizada quando o polinómio é do primeiro grau:

$$I = \int_a^b f(x)dx \cong \int_a^b f_1(x)dx \quad (3.1.3)$$

Dado que o polinómio é do primeiro grau, trata-se então de uma reta, pelo que esta pode ser então representada por:

$$f_1(x) = f(a) + \frac{f(b)-f(a)}{b-a}(x-a) \quad (3.1.4)$$

O integral desta função resulta da área sob essa reta, e é representado pela seguinte expressão:

$$I = (b - a) \frac{f(a) + f(b)}{2} \quad (3.1.5)$$

Ao se olhar com atenção, sabe-se que esta expressão não representa mais do que a fórmula para calcular uma área, sendo que o primeiro termo representa a largura e o segundo a altura média. É possível melhorar a eficácia desta regra dividindo o intervalo de integração em vários segmentos, resultando:

$$I = (b - a) \frac{f(x_0) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(x_n)}{2n} \quad (3.1.6)$$

A regra de 1/3 de Simpson é utilizada quando o polinómio é do segundo grau:

$$I = \int_a^b f(x) dx \cong \int_a^b f_2(x) dx \quad (3.1.7)$$

Esta regra, acaba por ser também uma forma de melhorar a eficácia da regra do trapézio, pois o integral resulta da ligação dos vários pontos, neste caso 3:

$$I = (b - a) \frac{f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2)}{6} \quad (3.1.8)$$

Em que $f(a)$ corresponde a x_0 e $f(b)$ a x_2 . Para esta regra também existe a possibilidade de melhorar a sua aproximação ao valor real, utilizando também aplicações múltiplas, utilizando a seguinte expressão:

$$I \cong (b - a) \frac{f(x_0) + 4 \sum_{i=1,3,5}^{n-1} f(x_i) + 2 \sum_{j=2,4,6}^{n-2} f(x_j) + f(x_n)}{3n} \quad (3.1.9)$$

A regra de 3/8 de Simpson utiliza-se para um polinómio de grau 4:

$$I = \int_a^b f(x) dx \cong \int_a^b f_3(x) dx \quad (3.1.10)$$

Da qual o integral resulta de:

$$I = (b - a) \frac{f(x_0) + 3f(x_1) + 3f(x_2) + f(x_3)}{8} \quad (3.1.11)$$

Para esta regra também existe uma expressão para aplicações múltiplas:

$$I = \frac{3}{8}(b - a)[f(x_0) + 3(f(x_1) + f(x_2)) + 2f(x_3) + 3(f(x_4) + f(x_5)) + 2f(x_6) + \dots + 2f(x_{3n-3}) + 3(f(x_{3n-2}) + f(x_{3n-1})) + f(x_{3n})] \quad (3.1.12)$$

A próxima imagem ilustra a aplicação da regra do Trapézio na determinação do integral dos dados com espaços desiguais, e ainda como se poderia obter maior precisão nesse cálculo aplicando as regras de Simpson (Chapra & Canale, 2008).

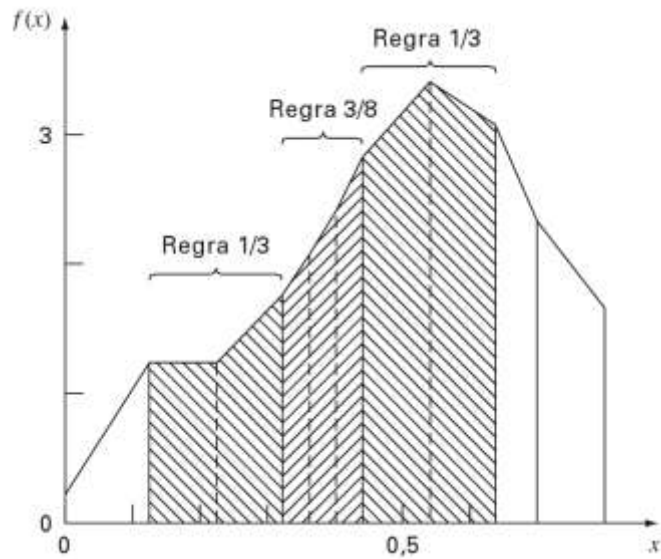


Figura 3-1: Aplicação das regras de Newton-Cotes

3.2 Análise de Fourier

Se $x(t)$ for uma função periódica no tempo t e com período T , então pode-se expressar $x(t)$ como uma série trigonométrica infinita, ou seja como uma série de Fourier. Esta função apresenta-se então segundo a seguinte forma (Newland, 1993, pp. 33-40):

$$x(t) = a_0 + a_1 \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) + a_2 \cos\left(\frac{4\pi t}{T}\right) + \dots + b_1 \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) + b_2 \sin\left(\frac{4\pi t}{T}\right) + \dots =$$

$$a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \left[a_k \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + b_k \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \right] \quad (3.2.1)$$

Onde os coeficientes a_0 , a_k e b_k são obtidos por:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt \quad (3.2.2)$$

$$a_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) dt \quad (3.2.3)$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) dt \quad (3.2.4)$$

Para $k \geq 1$. As condições de convergência são bastante favoráveis, não contando com a situação em que $x(t)$ é descontínua. Neste caso, $x(t)$ apresenta-se com o valor de zero e consequentemente o coeficiente a_0 assume o valor de zero. Relativamente aos restantes coeficientes a_k e b_k , os valores que irão ser tomados vão depender da frequência dada por:

$$\omega_k = \frac{2\pi k}{T} \quad (3.2.5)$$

Através desta expressão, deduz-se que o espaço adjacente entre duas harmónicas é representado segundo:

$$\Delta\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (3.2.6)$$

É importante chegar a esta equação, pois observa-se que quanto maior for o período, mais pequeno vai ser o espaço $\Delta\omega$. Para o limite $T \rightarrow \infty$, deixa de haver distância perdendo $x(t)$ a capacidade de representar um fenómeno de periodicidade, deixando também de ser possível a análise dos componentes de frequência discretos. Como consequência, as séries de Fourier transformam-se em integral de Fourier, e os coeficientes de Fourier tornam-se funções contínuas de frequência normalmente denominadas de transformadas de Fourier. Portanto, considerando:

- $a_0 = 0$;
- Substituindo as equações 3.2.2, 3.2.3 e 3.2.4 na equação 3.2.1.

$$x(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) dt \right\} \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) dt \right\} \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \quad (3.2.7)$$

E substituindo ainda as equações 3.2.5 e 3.2.6 agora nesta última equação, obtém-se:

$$x(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \frac{\Delta\omega}{\pi} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \cos \omega_k t dt \right\} \cos \omega_k t + \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \frac{\Delta\omega}{\pi} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \sin \omega_k t dt \right\} \sin \omega_k t \quad (3.2.8)$$

Nesta fase, substitui-se o somatório por um integral com os limites $T \rightarrow \infty$ e $\Delta\omega \rightarrow d\omega$ ficando com um integral definido entre $\omega = 0$ e $\omega = \infty$:

$$x(t) = \int_{\omega=0}^{\infty} \frac{d\omega}{\pi} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cos \omega t dt \right\} \cos \omega t + \int_{\omega=0}^{\infty} \frac{d\omega}{\pi} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \sin \omega t dt \right\} \sin \omega t \quad (3.2.9)$$

Para efeitos de simplificação, torna-se necessário utilizar os denominados de componentes da transformada de Fourier:

$$A(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cos \omega t dt \quad (3.2.10)$$

$$B(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \sin \omega t dt \quad (3.2.11)$$

Desta forma, a expressão $x(t)$ é então dada por:

$$x(t) = 2 \int_0^{\infty} A(\omega) \cos \omega t d\omega + 2 \int_0^{\infty} B(\omega) \sin \omega t d\omega \quad (3.2.12)$$

Para a teoria clássica da análise de Fourier, $x(t)$ deve satisfazer as equações 3.2.10, 3.2.11 e 3.2.12, mas em termos de engenharia o que se sobressai é a condição normalmente utilizada expressa da seguinte forma:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)| dt < \infty \quad (3.2.13)$$

Daqui conclui-se que a teoria clássica apenas se aplica a funções que assumem o valor de zero quando $|t| \rightarrow \infty$. Portanto, considerando apenas a teoria clássica, e usando funções comuns que satisfaçam a condição 3.2.13, assume-se que para calcular os componentes da transformada de Fourier, existem duas situações:

$$\begin{cases} x(t) = 0 & , t < 0 \\ x(t) = e^{-\alpha t} & , t \geq 0 \end{cases} \quad (3.2.14)$$

Isto, para uma função não periódica, como mostra a seguinte figura (Newland, 1993):

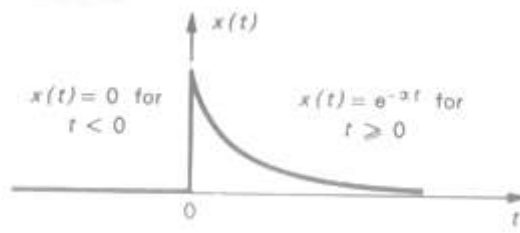


Figura 3-2: Exemplo de uma função não periódica

Voltando aos componentes $A(\omega)$ e $B(\omega)$, e aplicando estas condições de $x(t)$ obtém-se então o seguinte (Newland, 1993, pp. 33-40):

$$A(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} e^{-\alpha t} \cos \omega t \, dt \quad (3.2.15)$$

$$B(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} e^{-\alpha t} \sin \omega t \, dt \quad (3.2.16)$$

Para resolver os integrais destes dois componentes, é usado o método de integração por partes e obtém-se:

$$A(\omega) = \frac{1}{2\pi} \frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} \quad (3.2.17)$$

$$B(\omega) = \frac{1}{2\pi} \frac{\omega}{\alpha^2 + \omega^2} \quad (3.2.18)$$

Para concluir esta parte do integral de Fourier, a representação final de $x(t)$ é a seguinte:

$$x(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} \cos \omega t \, d\omega + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\omega}{\alpha^2 + \omega^2} \sin \omega t \, d\omega \quad (3.2.19)$$

Uma outra vertente importante de explorar é o complexo da transformada de Fourier. Como é conhecido da matemática, para os números complexos é válida a expressão:

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i \cdot \sin\theta \quad (3.2.20)$$

É agora definida uma nova variável $X(\omega)$, por forma a que:

$$X(\omega) = A(\omega) - iB(\omega) \quad (3.2.21)$$

E sendo assim, substituindo $A(\omega)$ e $B(\omega)$ da equação 3.2.10 e 3.2.11 na equação 3.2.21 obtém-se a Transformada de Fourier representada por:

$$X(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t)(\cos \omega t - i \sin \omega t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i\omega t} dt \quad (3.2.22)$$

Para $x(t)$, é então chamada novamente a equação do integral de Fourier, equação 3.2.12, que pode ser escrita da seguinte forma:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} A(\omega) \cdot \cos \omega t \cdot d\omega + \int_{-\infty}^{\infty} B(\omega) \cdot \sin \omega t \cdot d\omega \quad (3.2.23)$$

É nesta fase que se introduz o conhecido número imaginário (i), e aplica-se então na seguinte equação:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} A(\omega) \cdot \cos \omega t \cdot d\omega + \int_{-\infty}^{\infty} B(\omega) \cdot \sin \omega t \cdot d\omega + x(t) + i \int_{-\infty}^{\infty} A(\omega) \cdot \sin \omega t \cdot d\omega - i \int_{-\infty}^{\infty} B(\omega) \cdot \cos \omega t \cdot d\omega \quad (3.2.24)$$

A resolução desta equação é simples originando:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \{A(\omega) - i \cdot B(\omega)\} \{\cos \omega t + i \cdot \sin \omega t\} \cdot d\omega \quad (3.2.25)$$

A partir daqui é possível a simplificação a partir das equações 3.2.20 e 3.2.21, dando assim origem à Inversa da Transformada de Fourier:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) \cdot e^{i\omega t} \cdot d\omega \quad (3.1.26)$$

3.3 Transformadas Discretas e Rápidas de Fourier

É importante nesta fase lembrar as equações 3.2.1, 3.2.2, 3.2.3 e 3.2.4. Portanto, dadas as equações referidas, e aplicando a expressão (Newland, 1993, pp. 113-124):

$$e^{-i(\frac{2\pi kt}{T})} = \cos \frac{2\pi kt}{T} - i \cdot \sin \frac{2\pi kt}{T} \quad (3.3.1)$$

A nossa Transformada Discreta de Fourier representada por X_k , surge de:

$$X_k = a_k - ib_k \quad (3.3.2)$$

A qual, aplicando 3.3.1, 3.2.1, 3.2.2, 3.2.3 e 3.2.4, dá origem a:

$$X_k = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cdot e^{-i(\frac{2\pi kt}{T})} dt \quad (3.3.3)$$

Olhando agora para o seguinte gráfico (Newland, 1993):

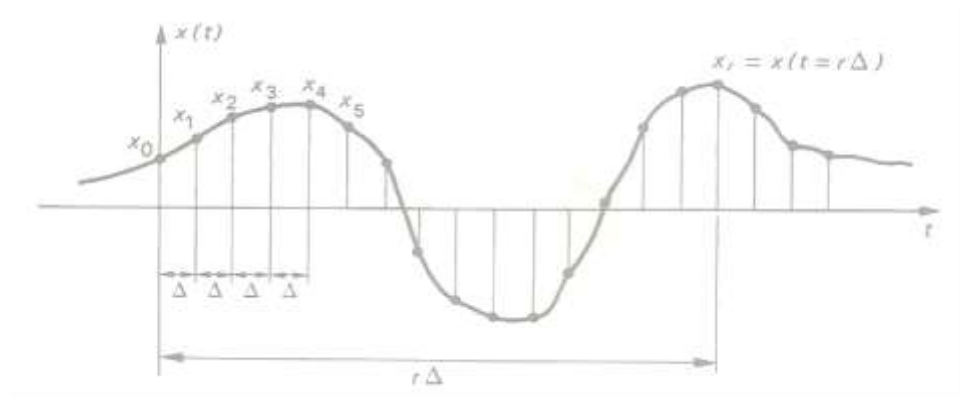


Figura 3-3: Exemplo de uma função contínua no tempo em intervalos regulares

Verifica-se que o eixo t corresponde a $r\Delta$, pelo que (Newland, 1993, pp. 113-124):

$$X_k = \frac{1}{T} \sum_{r=0}^{N-1} x_r \cdot e^{-i(\frac{2\pi k}{T}) \cdot r\Delta} \cdot \Delta \quad (3.3.4)$$

E substituindo agora $T=N\Delta$:

$$X_k = \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} x_r \cdot e^{-i(\frac{2\pi kr}{N})} \quad (3.3.5)$$

Esta equação representa a Transformada Discreta de Fourier e é válida para $k=0,1,2,\dots,(N-1)$. É possível ainda obter a Transformada Inversa desta equação resultando:

$$x_r = \sum_{k=0}^{N-1} X_k \cdot e^{i(\frac{2\pi kr}{N})} \quad (3.3.6)$$

Regressando à Transformada Discreta de Fourier, é importante referir então que a principal característica é o número de operações necessárias para a realização da mesma, as quais são obtidas através do fator N^2 .

A grande vantagem das FFT (Transformadas Rápidas de Fourier) face às DFT (Transformadas Discretas de Fourier), ao usarem o fator $N \log_2 N$ ao invés de N^2 , é o reduzido número de operações necessárias para o mesmo número de amostras, isto é, são necessárias menos operações quando se usa uma FFT comparativamente com uma DFT. Essa vantagem pode ser visualizada de forma bastante clara na seguinte imagem (Chapra & Canale, 2008):

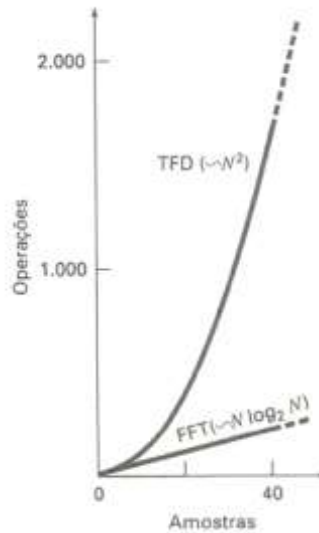


Figura 3-4: Comparação entre uma FFT e uma DFT em relação ao número de operações para a mesma quantidade de amostras

Para as transformadas rápidas de Fourier, pode ser usado o algoritmo de Sande-Tukey. Neste caso, é imposta a suposição de N como sendo uma potência inteira de 2. Isto é $N = 2^M$, onde M é um número inteiro.

Relembrando a equação da transformada discreta de Fourier (equação 3.3.5) para $k=0$ a $N-1$, é agora chamada uma função com valores complexos definida por (Chapra & Canale, 2008, pp. 452-457):

$$W = e^{-i(\frac{2\pi}{N})} \quad (3.3.7)$$

E sendo assim a equação 3.3.5 ganha a forma simplificada de:

$$X_k = \sum_{r=0}^{N-1} x_r \cdot W^{kr} \quad (3.3.8)$$

É de notar que o fator $\frac{1}{N}$ não aparece pois este é apenas um fator de escala. Se agora esta amostra se dividir em duas metades e ficar expressa nos primeiros $\frac{N}{2}$ pontos e nos últimos $\frac{N}{2}$ pontos, resulta:

$$X_k = \sum_{r=0}^{\frac{N}{2}-1} x_r \cdot e^{-i(\frac{2\pi kr}{N})} + \sum_{r=\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} x_r \cdot e^{-i(\frac{2\pi kr}{N})} \quad (3.3.9)$$

Para efeitos de simplificação, é necessário criar uma nova variável, sendo esta $m = n - \frac{N}{2}$. O resultado desta operação é o seguinte:

$$X_k = \sum_{r=0}^{\frac{N}{2}-1} x_r \cdot e^{-i(\frac{2\pi kr}{N})} + \sum_{m=0}^{\frac{N}{2}-1} x_{m+\frac{N}{2}} \cdot e^{-i(\frac{2\pi k}{N}) \cdot (\frac{m+N}{2})} \quad (3.3.10)$$

Sendo possível agora juntar as duas componentes desta equação, resulta:

$$X_k = \sum_{r=0}^{\frac{N}{2}-1} \left(x_r + e^{-i\pi k} x_{r+\frac{N}{2}} \right) \cdot e^{-i(\frac{2\pi kr}{N})} \quad (3.3.11)$$

Nesta fase, o fator $e^{-i\pi k}$ funciona como $(-1)^k$, isto é, para qualquer valor par de k esta assume o valor de 1 e para qualquer valor ímpar assume o valor de -1. Dado isto, o próximo passo passa por separar esta expressão em duas diferentes, sendo que uma é utilizada para os valores pares de k e a outra para os ímpares. Portanto para os pares resulta:

$$X_{2k} = \sum_{r=0}^{\frac{N}{2}-1} \left(x_r + x_{r+\frac{N}{2}} \right) \cdot e^{-i\left(\frac{2\pi kr}{N/2}\right)} \quad (3.3.12)$$

Pela equação 3.3.7, a expressão final toma a forma de:

$$X_{2k} = \sum_{r=0}^{\frac{N}{2}-1} \left(x_r + x_{r+\frac{N}{2}} \right) \cdot W^{2kr} \quad (3.3.13)$$

Por fim, para os números ímpares obtém-se:

$$X_{2k+1} = \sum_{r=0}^{\frac{N}{2}-1} \left(x_r - x_{r+\frac{N}{2}} \right) \cdot e^{-i\frac{2\pi kr}{N}} \cdot e^{-i\left(\frac{2\pi kr}{N/2}\right)} \quad (3.3.14)$$

O que pela equação 3.3.7 resulta em:

$$X_{2k+1} = \sum_{r=0}^{\frac{N}{2}-1} \left(x_r - x_{r+\frac{N}{2}} \right) \cdot W^r \cdot W^{2kr} \quad (3.3.15)$$

Ilustrando agora estes processos, pode verificar-se na figura 3-5 o fluxograma correspondente à decomposição do tipo dizimação em frequência de uma DFT, ou seja pelo algoritmo de Sande-Tukey (Chapra & Canale, 2008):

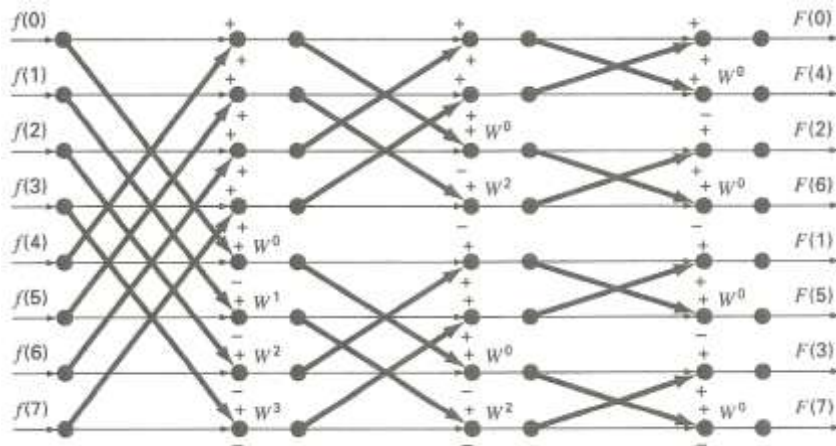


Figura 3-5: Fluxograma do algoritmo Sande-Tukey

A particularidade neste esquema é a representação da transformada discreta de Fourier e da sua inversa que são representadas, respetivamente, por F_k e f_n . A outra abordagem conhecida resulta de uma FFT por dizimação no tempo de uma TFD. Este é chamado algoritmo de Cooley-Tukey (Chapra & Canale, 2008):

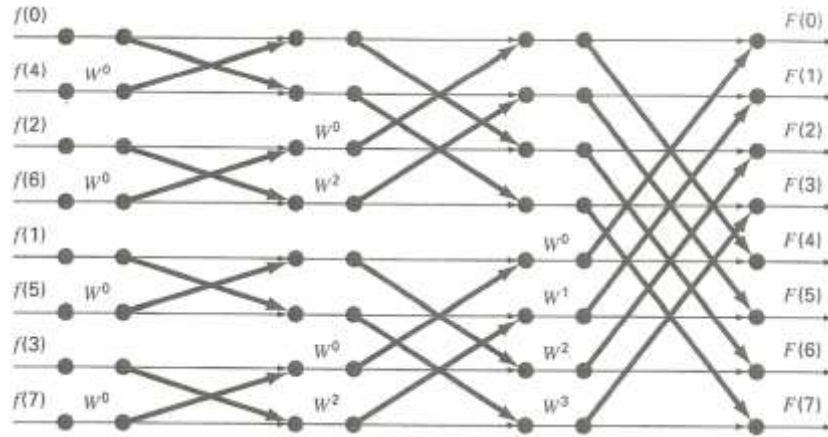


Figura 3-6: Fluxograma do algoritmo Cooley-Tukey

3.4 Densidade Espetral

A função de autocorrelação é a função através da qual se consegue obter informação relativamente às frequências medidas de uma forma indireta, isto é, mede o grau de correlação de uma variável num determinado instante, com essa mesma variável num instante posterior, permitindo assim analisar o grau de irregularidade do sinal. Se o valor nulo de um processo aleatório $x(t)$ é normalizado, então o valor médio do processo é zero (Newland, 1993, pp. 41-52):

$$m = E[x] \quad (3.4.1)$$

Isto significa que, desta forma $x(t)$ não tem componentes periódicos, pelo que:

$$R_x(\tau \rightarrow \infty) = 0 \quad (3.4.2)$$

E assim a condição:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |R_x(\tau)| d\tau < \infty \quad (3.4.3)$$

é satisfeita, tornando-se possível então calcular a transformada de Fourier de $R_x(\tau)$:

$$S_x(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (3.4.4)$$

e,

$$R_x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \quad (3.4.5)$$

Feita a transformada da função de autocorrelação, obteve-se então uma nova função representada por $S_x(\omega)$, a qual é denominada por densidade espectral. São várias as propriedades desta função, entre as quais se destacam:

- Para sinais finitos $S_x(\omega)$ é nula;
- Para sinais periódicos ou aleatórios $S_x(\omega)$ é real positiva e par.

Quando $\tau = 0$:

$$R_x(\tau = 0) = \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) d\omega \quad (3.4.6)$$

E como tal:

$$E[x^2] = \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) d\omega \quad (3.4.7)$$

Este valor $E[x^2]$ representa a variância de uma função aleatória, e não é mais do que a área a baixo da função densidade espectral, tal como mostra a figura 3-7 (Newland, 1993):

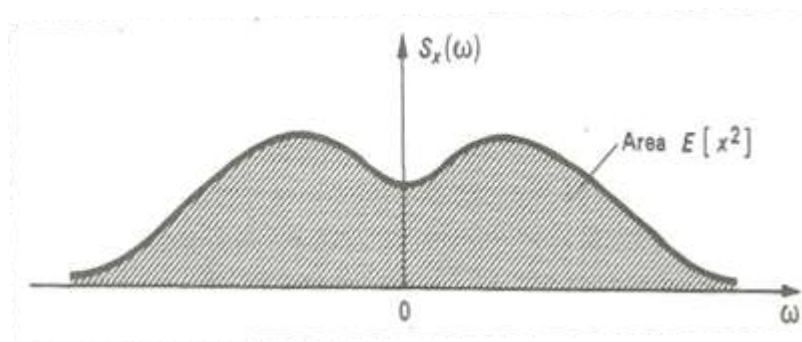


Figura 3-7: Área abaixo da curva da densidade espectral

Agora, recordando as equações referidas no capítulo 3.2 relativas ao complexo da transformada de Fourier, equações 3.2.21, 3.2.10 e 3.2.11, e aplicando-as à função de autocorrelação, resulta:

$$S_x(\omega) = A(\omega) - iB(\omega) \quad (3.4.8)$$

Onde,

$$A(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) \cos \omega\tau d\tau \quad (3.4.9)$$

E,

$$B(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) \sin \omega\tau d\tau \quad (3.4.10)$$

Sendo $R_x(\tau)$ uma função par e $\sin \omega\tau$ uma função ímpar, o valor de $R_x(\tau) \sin \omega\tau$ é naturalmente uma função ímpar, pelo que o valor de $B(\omega)$ é zero. Dada esta situação, surge então a função densidade espectral como resultante apenas de:

$$S_x(\omega) = A(\omega) \quad (3.4.11)$$

Portanto, o valor $E[x^2]$ é um valor sempre real, par e não negativo, representante do quadrado do valor médio da densidade espectral.

Existem dois tipos de processos aleatórios, o processo de banda estreita e o processo de banda larga. Um processo de banda estreita, consiste precisamente numa gama estreita de frequências onde a correlação é máxima para $\tau = 0$. Este tipo de processo encontra-se representado na figura 3-8 (Newland, 1993):

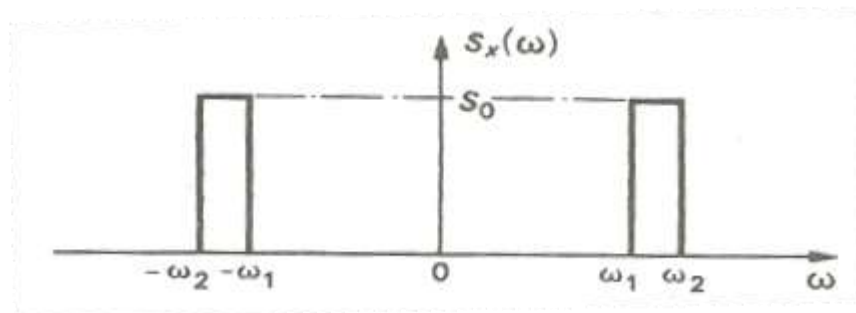


Figura 3-8: Densidade espectral de um processo de banda estreita

Para esta gama estreita de frequências, o cálculo da função de autocorrelação passa por, através da equação 3.4.7 resultar:

$$E[x^2] = \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) d\omega = 2S_0(\omega_2 - \omega_1) \quad (3.4.12)$$

E depois, através da equação 3.4.6:

$$R_x(\tau = 0) = 2 \int_{\omega_1}^{\omega_2} S_0 \cos(\omega\tau) d\omega \quad (3.4.13)$$

Que depois de desenvolvida dá origem à expressão referente a este processo de banda estreita:

$$R_x(\tau) = \frac{4S_0}{\tau} \cdot \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}\tau\right) \cdot \sin\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}\tau\right) \tau \quad (3.4.14)$$

Cuja representação gráfica se encontra na figura 3-9 (Newland, 1993):

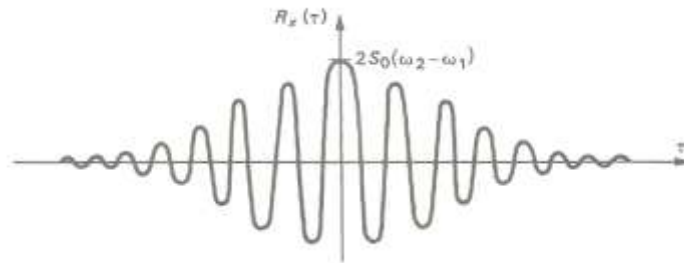


Figura 3-9: Função de autocorrelação de um processo de banda estreita

Mas neste estudo a largura de banda de frequências encontrada é de banda larga e não de banda estreita, pois a densidade espectral abrange uma grande variedade de frequências, e como tal o processo que se tratou assemelha-se ao representado na seguinte figura (Newland, 1993):



Figura 3-10: Processo de banda larga de frequências

No limite, quando a banda de frequências se enquadra entre $\omega_1 = 0$ e $\omega_2 = \infty$, o espectro passa a ser denominado de espectro branco. A função de autocorrelação deste tipo de processo quando $\omega_1 = 0$ resulta em:

$$R_x(\tau) = \frac{4S_0}{\tau} \cdot \cos \frac{\omega_2 \tau}{2} \cdot \sin \frac{\omega_2 \tau}{2} = 2S_0 \frac{\sin \omega_2 \tau}{\tau} \quad (3.4.15)$$

Nesta fase é importante lembrar então o conceito da função Delta de Dirac, que é definida por ser sempre zero exceto quando $\tau = 0$. É então representada por:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(\tau) d\tau = 1 \quad (3.4.16)$$

De uma forma geral, $\delta(\tau - T)$ é zero em todo o lado excepto quando $\tau = T$, por forma a que:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(\tau - T) f(\tau) d\tau = f(\tau = T) \quad (3.4.17)$$

Dado isto, a função de autocorrelação é obtida através da seguinte expressão:

$$R_x(\tau) = 2\pi S_0 \delta(\tau) \quad (3.4.18)$$

Agora retomando a equação 3.4.4 e substituindo $R_x(\tau)$ nessa mesma equação, resulta:

$$S_x(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} 2\pi S_0 \delta(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (3.4.19)$$

Ao usar agora a equação 3.4.17 a equação 3.4.19 reduz para:

$$S_x(\omega) = S_0 \quad (3.4.20)$$

A função de autocorrelação do ruído branco, indica correlação nula em todos os valores da separação de tempo τ , excepto quando $\tau = 0$, pois aí $R_x(\tau) = \infty$.

O estado de mar pode ser caracterizado através do conceito de momento de ordem n , com base na função densidade espectral (Pereira, 2008, pp. 29-32):

$$m_n = \int_0^\infty \omega^n S(\omega) d\omega \quad (3.4.21)$$

Relativamente ao espectro obtido pode ser calculado:

- O período de pico:

$$T_p = \frac{2\pi}{\omega_p} \quad (3.4.22)$$

- A altura significativa:

$$H_s = 4\sqrt{m_0} \quad (3.4.23)$$

- O período médio correspondente à frequência média do espectro:

$$T_m = 2\pi \frac{m_0}{m_1} \quad (3.4.24)$$

- O período médio dos zeros ascendentes:

$$T_z = 2\pi \sqrt{\frac{m_0}{m_2}} \quad (3.4.25)$$

- E o período médio entre picos:

$$T_c = 2\pi \sqrt{\frac{m_2}{m_4}} \quad (3.4.26)$$

Com estes parâmetros, torna-se possível calcular um outro parâmetro importante que diz respeito à irregularidade do estado do mar:

$$\varepsilon = \sqrt{1 - \left(\frac{T_c}{T_z}\right)^2} \quad (3.4.27)$$

Este parâmetro compreende valores entre 0 e 1, pelo que para os valores próximos de zero correspondem a um estado de mar regular, sendo que o espectro que se obtém é de banda estreita, e para valores próximos de 1, a situação é a oposta, tratando-se de um estado de mar bastante irregular, onde o espectro a obter é de banda larga. Portanto com este parâmetro, é possível conhecer o estado de mar, pelo que normalmente é considerado um estado de mar regular para valores inferiores a 0,6.

3.5 Técnicas de Janelas

É muito frequente em sinais medidos experimentalmente, estes possuírem diversos erros, pois a medição de um sinal é limitada pelo operador. Desta forma é perdida alguma informação resultante dessa descontinuidade, pelo que se costuma utilizar técnicas de janelas para reduzir alguma perda espectral associada ao sinal medido. A implementação de uma janela num sinal original não é mais do que aplicar a convolução do espectro da janela escolhida com o do sinal medido, resultando num terceiro que representa a área subentendida pela sobreposição dos dois primeiros, isto é, neste caso, o espectro com a aplicação da janela correspondente.

Para além do aumento das características espectrais de um sinal, a aplicação das técnicas de janelas, permitem ainda a separação de sinais de diferentes amplitudes com frequências muito próximas. Com isto, conclui-se que a aplicação de janelas nos sinais medidos, modifica o sinal tanto no domínio do tempo como no domínio da frequência. Para este estudo, foram utilizadas as seguintes técnicas de janelas:

- Retangular;
- Triangular;
- Hanning;
- Hamming.

A janela Retangular possui o maior volume de perda espectral. Nesta janela, a modificação do sinal é praticamente nula e normalmente é utilizada em sinais muito curtos, sendo então definida por:

$$w[n] = 1, n = 0, 1, \dots, N - 1 \quad (3.5.1)$$

A sua resposta em frequência é então ilustrada por:

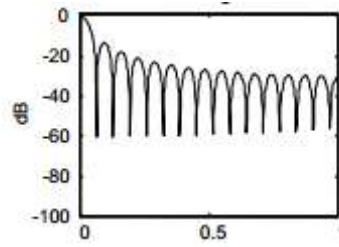


Figura 3-11: Resposta em frequência de uma janela Retangular

A próxima janela utilizada foi a Triangular definida por:

$$w[n] = 1 - \left| \frac{2\pi n}{N} \right|, n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (3.5.2)$$

Esta janela não é muito eficaz devido à elevada perda espectral que também tem associada, apesar de menor comparativamente com a retangular:

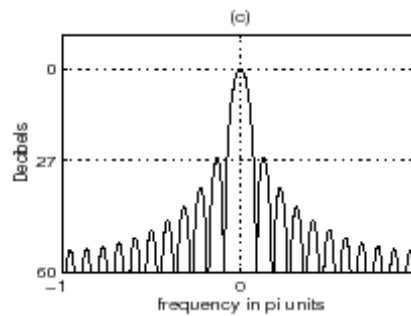


Figura 3-12: Resposta em frequência de uma janela Triangular

A terceira janela utilizada foi a de Hanning, que ao contrário das anteriores é útil para sinais de maior duração. Este tipo de janela tem como objetivo garantir que o sinal submetido à FFT é um período inteiro, mas como consequência da sua aplicação a amplitude do sinal reduz para metade. É definida por:

$$w[n] = 0.5 - 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right), n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (3.5.3)$$

A sua resposta no domínio da frequência é representada por:

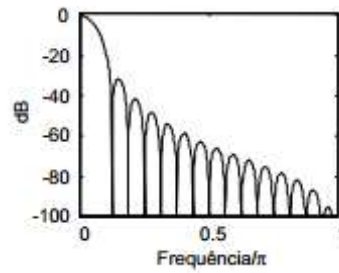


Figura 3-13: Resposta em frequência de uma janela de Hanning

Por fim foi utilizada a janela de Hamming, que é uma versão modificada da janela de Hanning, com a diferença de que a janela de Hanning se aproxima do valor zero no domínio de tempo ao contrário da de Hamming, que é definida então por:

$$w[n] = 0.54 - 0.46 \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right), n = 0, 1, \dots, N - 1 \quad (3.5.4)$$

Para comparar a maior eficácia da janela de Hanning comparativamente com esta, e com as restantes utilizadas, é necessário apenas verificar a sua resposta no domínio da frequência:

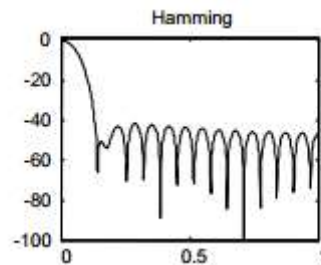


Figura 3-14: Resposta em frequência de uma janela de Hamming

Capítulo 4

Metodologia

4.1 Particularidades do Ambiente de Efetuação de Testes

4.2 Medições Efetuadas a Partir do Gerador de Ondas com Base na Teoria
Linear das Ondas

4.3 Medições Efetuadas a Partir da Boia e do Acelerómetro

4 Capítulo 4 – Metodologia

4.1 Particularidades do Ambiente de Efetuação de Testes

A realização da recolha de dados foi efetuada no Tanque do Laboratório de Arquitetura Naval, no qual se pretendia obter, com o aparato concebido, o espectro de ondulação do mesmo. Como não é conhecido o espectro de energia do estado de mar criado no tanque, foi então concebido um aparato com a particularidade de ser sensível ao movimento das ondas, assumindo que este apenas sofreu o efeito de arfagem, ou seja assumindo um $RAO=1$. Com esta assunção, e relembrando a equação 2.3.1:

$$|RAO|^2 = \frac{S_z}{S_\zeta}$$

Verifica-se que para obter o espectro do estado de mar gerado no tanque, sendo $RAO=1$, apenas é necessário medir o espectro de energia de resposta do aparato, ficando a expressão acima referida com a seguinte forma:

$$S_z = S_\zeta \quad (4.1.1)$$

O que se verificou na prática foi que esta consideração não foi verificada, ainda assim todos os cálculos e análises feitas foram efetuados no sentido dessa assunção.

As dimensões do Tanque do Laboratório de Arquitetura Naval são as seguintes:

- Comprimento: 933 cm;
- Largura: 189 cm;
- Profundidade: 89,5 cm.



Figura 4-1: Tanque do Laboratório de Arquitetura Naval

Como é possível observar na figura anterior, o Tanque está equipado com um gerador de ondas e por uma placa ajustável que permite a criação de uma praia, com o objetivo de diminuir a influência das ondas estacionárias. O gerador de ondas, é controlado por dois botões de arranque e paragem e por um dispositivo que indica a percentagem de rotação do motor elétrico ligado ao gerador por uma correia. Os dados recolhidos neste estudo incidiram na rotação do motor elétrico a 5, 25, 50, 75 e 100%.



Figura 4-2: Botões de acionamento e indicador de frequências



Figura 4-3: Motor elétrico e correia de acoplamento

4.2 Medições Efetuadas a Partir do Gerador de Ondas com Base na Teoria Linear das Ondas

Por forma a no final deste estudo existir um termo de comparação com as medições efetuadas pelo aparato desenvolvido, foram efetuadas leituras visuais aproximadas, dos parâmetros característicos das ondas, tais como o comprimento de onda e a amplitude, para os diferentes regimes de rotação do motor elétrico utilizados. Para o comprimento de onda foi utilizada uma escala de 10 em 10 centímetros marcada ao longo do tanque, para que, com o auxílio de máquina fotográfica, se consiga ter uma aproximação da distância entre cristas:



Figura 4-4: Escala de auxílio ao cálculo da distância entre cristas



Figura 4-5: Medição da distância entre cristas de ondas

Para a amplitude foi utilizada uma régua verificando os valores máximos e mínimos onde as ondas incidiram e desta forma, com os extremos conhecidos, a amplitude da onda resulta da média desses dois valores:



Figura 4-6: Régua auxiliar à medição da amplitude das ondas

É importante referir que para estes valores recolhidos a partir do gerador de ondas, apenas se considerou uma onda e não um conjunto destas como o que vem a acontecer na prática. Na tabela 4-1, estão representados os valores médios das medições efetuadas para cada regime de rotações utilizado. Não foram apresentados todos os valores das medições efetuadas e apenas a média devido ao facto de as variações de valores de comprimento de onda e de amplitude não serem significativas.

Relativamente ao gerador de ondas, para cada regime de rotação utilizado no motor elétrico, foi obtido, com a ajuda de um cronómetro, o tempo de rotação completa do equipamento.

Com base na teoria linear das ondas, foram calculados ainda os seguintes parâmetros:

- Número de onda obtido pela expressão $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ [2.1.26];
- Velocidade de onda dado pela equação $c^2 = \frac{g}{k} \tanh(kd)$ [2.1.31];
- Frequência angular da onda $\omega^2 = gk \tanh(kd)$ [2.1.27];
- Período de onda $T = \frac{2\pi}{\omega}$ [2.1.25];

Portanto, através de conhecido o valor do comprimento de onda, é possível conhecer os seguintes valores recolhidos através das fórmulas da teoria linear:

Rot _{motor} (%)	t _{volta completa do gerador} (s)	λ (m)	a (m)	k (m^{-1})	c (m/s)	ω (rad/s)	T (s)
100	4.89	0.2	0.025	31.4	0.56	17.55	0.36
75	5.65	0.3	0.020	20.93	0.68	14.33	0.44
50	6.48	0.5	0.015	12.56	0.88	11.10	0.57
25	6.79	0.7	0.010	8.97	1.05	9.38	0.67
5	7.42	0.9	0.005	6.98	1.19	8.27	0.76
Regime de rotações	Valores Medidos			Valores estimados			

Tabela 4-1: Tabela de leituras obtidas a partir do gerador de ondas para os vários regimes de rotações do motor elétrico e valores estimados com base na teoria linear das ondas

Os valores utilizados na comparação com os dados recolhidos são os de frequência (Hz) e os de amplitude (m). Embora para os valores de amplitude, a medição obtida experimentalmente com a boia e o acelerador, obtenha valores na mesma unidade (metros), o mesmo já não acontece para as leituras obtidas da frequência. Como tal, é necessário transformar os valores da frequência angular em Hz, utilizando a equação 2.1.25:

$$f = \frac{\omega}{2\pi}$$

Desta conversão resulta a seguinte tabela:

Rot _{motor} (%)	ω (rad/s)	f (Hz)
100	17.55	2.79
75	14.33	2.28
50	11.10	1.77
25	9.38	1.49
5	8.27	1.32

Tabela 4-2: Tabela de conversão dos valores de frequência

4.3 Medições Efetuadas a Partir da Boia e do Acelerómetro

Para confirmar estes valores anteriores e para obter o espetro real do Tanque do Laboratório de Arquitetura Naval, foi então desenvolvido um aparato com as características necessárias para uma boa medição, isto é sensível aos movimentos das ondas geradas. Este aparato é constituído por:

- Guia de apoio;
- Boia;
- Sensor;
- Amplificador de carga;
- Osciloscópio;
- Computador.

A guia de apoio tem como finalidade, não permitir que a boia acompanhe o movimento das ondas, uma vez que o efeito a que esta deve estar sujeita é apenas o de arfagem. Assim, concebeu-se a base de alumínio (figura 4-7), que consiste num tubo preso ao fundo com 104 centímetros de altura e 3,6 centímetros de diâmetro, coberto por um plástico revestido de teflon na sua parte superior, diminuindo assim algum atrito que o tubo oferecia ao movimento da boia.



Figura 4-7: Guia de apoio à boia de estudo

O objeto que sujeitado ao efeito das ondas foi a boia (projeto em anexo – Anexo A). Esta apresenta as seguintes características:

- Raio externo de 8,5 centímetros;
- Raio do furo interior de 2,3 centímetros;
- 22,6 centímetros de altura;
- Furo interior com 20,6 centímetros de altura;
- Peso total (com lastro) de 5.4 Newtons;
- Imersão de 2.8 centímetros.

Devido ao facto da boia ser constituída por discos de poliestireno, o volume imerso desta era muito reduzido. Como tal, foi-lhe acrescentado lastro, de modo que esta ganha-se não só volume imerso como também algum peso. Para este lastro acrescentado foram utilizados quatro chumbos com uma massa de 125 gramas colocados todos à mesma distância do centro e separados uniformemente entre si. Para além do cuidado de os colocar de forma a equilibrar a boia, foi ainda tomado em consideração a posição do metacentro e do centro de gravidade, pelo que estes foram colocados numa posição que oferece-se estabilidade inicial à boia. Para confirmar esse objetivo, foram efetuados os seguintes cálculos:

- Volume da boia;
- Altura do centro de gravidade inicial (sem os pesos adicionais);
- Variação do centro de gravidade;
- Altura do centro de gravidade final;
- Momento de inércia da figura de flutuação;
- Volume deslocado;
- Raio metacêntrico;
- Altura do metacentro.

Inicialmente, para facilitar os cálculos, considerei o cilindro de esferovite como um todo sem o furo interior e também sem os pesos adicionais, e considerei o furo interior como outro cilindro. Comecei então por calcular o volume de cada cilindro, tendo em conta a expressão aplicada ao cálculo do mesmo:

$$\pi r^2 h \quad (4.3.1)$$

Cilindro	r (cm)	h (cm)	V (cm ³)
Exterior	8.5	22.6	5129.75
Interior	2.3	20.6	- 342.35
Σ	-----	-----	4787.40

Tabela 4-3: Tabela auxiliar ao cálculo do volume da boia

Nesta fase, dado que cada cilindro é homogéneo, o centro de gravidade é igual ao seu centróide, e como se trata de cilindros, apenas interessa saber qual a altura do seu centro de gravidade, pois este encontra-se no centro (assumindo que a boia é um cilindro perfeito e a distribuição da densidade do poliestireno é homogénea). Portanto, para encontrar a altura a que esse ponto se encontra, foi elaborada a seguinte tabela:

Cilindro	V (cm ³)	\bar{z} (cm)	$\bar{z} V$ (cm ⁴)
Exterior	5129,75	11,3	57966,18
Interior	- 342,35	10,3	- 3526,21
Σ	4787,4	-----	54439,97

Tabela 4-4: Tabela auxiliar ao cálculo do centróide da boia

Nesta tabela, os valores do cilindro interno aparecem com sinal negativo, pois este é retirado do inicial. Agora, para obter o centróide da boia, utilizei a seguinte expressão: (Beer & Johnston Jr., 1988, pp. 210-273)

$$\bar{Z} \Sigma V = \Sigma \bar{z} V \quad (4.3.2)$$

Da equação 4.3.2, e recorrendo à tabela 4-4, obtive um valor de \bar{Z} igual a 11,37 centímetros. Sendo este o valor da altura do centro de gravidade da boia (sem os pesos adicionais), passará a ser então designada de KG_0 . Falta agora colocar a influência dos pesos adicionados no centro de gravidade da boia. Para isso, recorri à expressão da variação do centro de gravidade (D'Oliveira, 1964, pp. 127-161):

$$G_0 G_1 = \frac{w_p \cdot D}{W} \quad (4.3.3)$$

Nesta equação:

- w_p : Valor da massa de cada peso adicionado;
- D : Distância vertical ao centro de gravidade inicial;
- W : Valor da massa total da boia (com a adição de lastro).

Como foram adicionados 4 chumbos, a expressão 4.3.3 é multiplicada depois por 4, dado que w_p é referente apenas a um peso. Logo, o valor que obtive para a variação do centro de gravidade para os quatro pesos foi de 4,55 cm, pelo que o centro de gravidade final é resultante da seguinte expressão:

$$KG_1 = KG_0 - G_0 G_1 \quad (4.3.4)$$

Desta expressão obtive então o valor de 6,82 centímetros. Este será então o centro de gravidade da boia. Falta agora conhecer o metacentro da boia para verificar que esta apresenta estabilidade inicial. Portanto dada a relação entre o centro de querena (B) e o raio metacêntrico (BM) é possível obter a localização do metacentro (M) conhecendo os dois valores anteriores, tal como mostra o seguinte esquema:

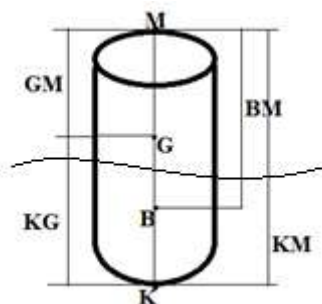


Figura 4-8: Representação de pontos e distâncias num modelo

Como se verifica na imagem anterior, e após se observar que a imersão da boia é 2,8 centímetros, o valor do centro de querença é metade desse valor, sendo então 1,4 centímetros. Falta apenas conhecer então o raio metacêntrico para determinarmos a altura do metacentro. Para descobrir o raio metacêntrico recorri à expressão (D'Oliveira, 1964, pp. 127-161):

$$BM = \frac{Inércia}{V_{Deslocado}} \quad (4.3.5)$$

Portanto, comecei por dividir o cálculo do raio metacêntrico em dois, o da inércia e o do volume deslocado. Para a inércia, utilizei o momento de inércia do círculo, sendo que utilizei novamente um círculo como um todo sem o furo, e o outro círculo que foi retirado. Como tal, conhecendo o momento de inércia desta figura geométrica como sendo:

$$I = \frac{\pi r^4}{4} \quad (4.3.6)$$

A seguinte tabela permite então conhecer os valores de inércia e de volume deslocados:

Cilindro	$I (cm^4)$	$V_{Deslocado} (cm^3)$
Exterior	4099.83	635.54
Interior	- 21.98	- 46.53
Σ	4077.85	589.01

Tabela 4-5: Tabela auxiliar ao cálculo do raio metacêntrico

Nesta fase, conhecidas ambas as variáveis necessárias ao cálculo do raio metacêntrico, como identificado na equação 4.3.5, resulta então um raio metacêntrico de 6,92 centímetros. Concluindo, observando a imagem 4-8, verifica-se que para conhecer o valor da altura do metacentro identificado por KM, basta somar os valores da altura do centro de querena com o raio metacêntrico, verificando assim que o metacentro se encontra a uma altura da base de 8,32 centímetros. Resumindo agora a questão relativa à estabilidade inicial da boia, verifica-se que realmente a altura do centro de gravidade se encontra abaixo da altura do metacentro, como era desejado, embora o metacentro se encontre demasiado abaixo do que normalmente é esperado, isto porque como se trata de um objeto muito leve de poliestireno, e com chumbos adicionados que não foram suficientes para alterar esta situação. Apesar destas características da boia, esta é também leve e sensível ao efeito provocado pelas ondas geradas no tanque, pelo que assumi este objeto como qualificado para o tipo de estudo em questão.



Figura 4-9: Modelo submetido a testes

Solidário com este modelo foi colocado em acelerómetro sensível aos movimentos verticais efetuados pela boia. Este sensor entrou em contato com o modelo através de uma das suas características físicas, pois tem a possibilidade de ser ligado por um parafuso, e foi assim colocado no topo do modelo. Apesar de não muito pesado, este sensor contribuiu para um aumento de peso do modelo, e como foi colocado no topo deste, a altura do centro de gravidade da boia aumentou ligeiramente, ficando a altura do centro de gravidade mais próximo da altura do metacentro. Ainda assim, esta alteração não provocou variações na estabilidade da boia como se pode verificar através do Anexo A. O acelerómetro utilizado foi do tipo BRUEL & KJAER modelo 4371 e está então representado na imagem 4-10:



Figura 4-10: Acelerómetro BRUEL & KJAER modelo 4371

Este é um sensor passivo que não interfere com a carga medida, e usa o efeito piezoelétrico, que não é mais do que a capacidade de alguns cristais gerarem tensão elétrica como resposta a uma ação mecânica, para medir pressões, acelerações, tensões ou forças, convertendo-os num sinal elétrico.

Esse efeito piezoelétrico fez-se sentir nas medições efetuadas com a boia, pois todo o tipo de movimentos que esta efetuou foi detetado por este sensor e transmitido posteriormente, pelo cabo identificado na imagem anterior, para o acelerador de carga. A sensibilidade deste equipamento é de $1,01 \text{ pC/ms}^{-2}$.

Seguidamente, este sensor encontra-se ligado pelo tal cabo a um amplificador de carga do tipo KISTLER modelo 5011, cuja amplificação do sinal é de $1 \text{ ms}^{-2}/\text{V}$. O equipamento em questão encontra-se na seguinte imagem:



Figura 4-11: Amplificador de carga KISTLER modelo 5011

Com este amplificador de carga, foram aplicados filtros no sinal para uma melhor medição, sendo que o filtro passa-alto foi de 160 mHz e o filtro passa-baixo foi de 30 kHz. A aplicação destes filtros foi efetuada, pois para o caso do filtro passa-alto, este permite a passagem de altas frequências, e para as baixas frequências, quando a reatância capacitiva assume valores muito altos em comparação com o valor da resistência, atenua a tensão de saída para um valor praticamente nulo. No caso do filtro passa-baixo, o processo é o inverso.

Por fim, aplicados estes filtros, o sinal foi transferido e visualizado num osciloscópio do tipo TEKTRONIX modelo TDS2001C. Neste foi então verificado o sinal transmitido pelo conjunto boia mais sensor, gravando o sinal num dispositivo USB para o intervalo de tempo definido previamente de 5 segundos, para cada regime de rotações do motor elétrico (5,25,50,75 e 100 %). Desta forma, para cada um destes regimes, foi efetuada em média 3 medições por forma a obter uma média dos valores de frequência e amplitude medidos e assim validar as medições.



Figura 4-12: Osciloscópio do tipo TEKTRONIX modelo TDS2001C

Os dados recolhidos pelo dispositivo USB, foram posteriormente descarregados num computador com acesso a MS Excel[®] e a MATLAB[®].

Durante as medições com o conjunto boia mais sensor, foi necessário desenvolver um suporte para o cabo do sensor, pois verificou-se que este influenciava a estabilidade da boia, uma vez que não era aplicado apenas no centro desta, pois necessitava de percorrer o raio da boia para ser aplicado no amplificador de carga. Como tal, desenvolveu-se o suporte identificado na figura seguinte:



Figura 4-13: Suporte desenvolvido para efetuar medições

Capítulo 5

Análise de Dados

5.1 Tratamento dos Dados Obtidos nas Medições Efetuadas a Partir do Gerador de Ondas com Base na Teoria Linear das Ondas

5.2 Tratamento dos Dados Obtidos nas Medições Efetuadas a Partir da Boia e do Acelerómetro

5.3 Comparação Entre Valores Obtidos nas Diferentes Medições

5.4 Aplicação de Técnicas de Janelas

5 Capítulo 5 – Análise de Dados

5.1 Tratamento dos Dados Obtidos nas Medições Efetuadas a Partir do Gerador de Ondas com Base na Teoria Linear das Ondas

Recolhidos os dados relativos às medições efetuadas a partir do gerador de ondas com base na teoria linear, aplicou-se um código MATLAB[®] para cada regime de rotações do motor com o objetivo de usufruir das capacidades do programa e obter o espectro de frequências referente a estes dados (Anexo B). Neste aplicou-se os seguintes passos:

- Usar uma função para apagar todos os dados anteriores e outra para fechar todas as janelas anteriores (*clear all; clc; close all;*);
- Utilizar uma frequência de amostragem (inverso do intervalo de tempo entre amostras) que satisfizesse a condição necessária de ser superior, pelo menos, duas vezes e meia do que a maior frequência medida, o que por observação da tabela 4-2 é 2.79 Hz, e como tal foi utilizada uma frequência de amostragem de 8 Hz ($F_s=8$);
- Definir um intervalo de tempo com base na frequência de amostragem, durante o qual a função criada vai ser lida ($t=[0:1/F_s:5]$;). Este intervalo de tempo foi definido com base no limite de tempo de observação desde a criação de uma onda por parte do gerador de ondas até se começar a verificar a existência de ondas estacionárias nestas medições. É necessário dividir a Frequência de amostragem em vários segmentos para poder ser lida no intervalo de tempo definido;
- Aplicar a função definida com base na teoria de resposta da boia em arfagem ($x=a*\cos(\omega*t)$;);
- Utilizar uma função para não apagar a janela anterior criada (*figure()*;);
- Exibir o gráfico correspondente ao tempo e à função aplicada com base na teoria linear das ondas (*plot(t,x,'r')*;). O 'r' apenas é utilizado para o gráfico a aparecer não aparecer com a cor standard (azul) e aparecer a vermelho ('r'=red);
- Atribuir nome aos eixos do gráfico obtido (*xlabel('Time (t)')* *ylabel('Amplitude (m)')*);
- Usar uma função para calcular o comprimento da função criada ($L=length(x)$);

- Utilizar uma função que devolve a menor potência de dois, que é maior ou igual ao valor absoluto do comprimento L ($N=2^{\text{nextpow2}(L)}$);
- Definir uma variável que represente a FFT da variável x , com base na função anterior e no comprimento da variável x ($Y=\text{fft}(x,N)/L$);
- Aplicar uma variável que gere vetores espaçados de forma linear mantendo o controlo sobre o número de pontos ($f=Fs/2*\text{linspace}(0,1,N/2+1)$);
- Utilizar novamente a função (*figure()*) por forma a desta vez não apagar a janela criada anteriormente que representa o gráfico da amplitude da variável x em função do tempo;
- Apresentar o gráfico correspondente à transformada de Fourier, mas em forma de pontos espaçados, por forma a facilitar a visualização da maior frequência existente nesta medição ($\text{stem}(f,2*\text{abs}(Y(1:N/2+1)))$);
- Por fim aplicar o título e o nome aos eixos do gráfico correspondente à FFT (*title('Single-Sided Amplitude Spectrum of $x(t)$ ') xlabel('Frequency (Hz)') ylabel('| $Y(f)$ |')*).

Após a aplicação deste código, determina-se a frequência do pico mais alto assim como a sua amplitude, em cada regime de rotações do motor elétrico utilizado, para mais tarde ser comparado com o valor obtido na medição efetuada com o aparato desenvolvido. Os valores recolhidos através dos espetros obtidos (Anexo C) foram os seguintes:

Rot _{motor} (%)	f (Hz)	$a(m)$
5	1.38	0.0044
25	1.50	0.0102
50	1.75	0.0148
75	2.25	0.0195
100	2.75	0.0237

Tabela 5-1: Valores referentes às medições a partir do gerador de ondas com base na teoria linear das ondas obtidos por calculador FFT

5.2 Tratamento dos Dados Obtidos nas Medições Efetuadas a Partir da Boia e do Acelerómetro

Com os dados recolhidos através do aparato desenvolvido, procede-se então ao tratamento dos mesmos começando por obter o gráfico correspondente à aceleração sofrida pela boia (Anexo C). Após a obtenção do gráfico, procedeu-se ao cálculo da média dos valores de aceleração utilizando a função “MÉDIA” do MS Excel[®]. Conhecida a média, colocou-se os valores centrados no zero, isto é subtraiu-se o valor de aceleração de cada intervalo de tempo pela média do total desses valores. Feito este ajuste, o próximo passo resulta da aplicação das regras de integração de Newton-Cotes, pois o pretendido são sinais de amplitude e não de aceleração, pelo que se integrou os valores obtidos para aceleração duas vezes por forma a obter o deslocamento, utilizando a equação 3.1.11:

$$I = (b - a) \frac{f(x_0) + 3f(x_1) + 3f(x_2) + f(x_3)}{8}$$

Nesta equação, as variáveis “a” e “b” correspondem aos valores de tempo equivalentes aos limites de tempo definidos para cada integração, e os valores de “f(x_n)” representam os valores de aceleração enquadrados nos limites de tempo utilizados em cada integração. A escolha do intervalo de tempo utilizado em cada integração, foi feita com observação do gráfico correspondente à aceleração sofrida pela boia, e escolheu-se a parte do gráfico onde se verificava que os dados recolhidos apresentavam uma certa regularidade, isto é onde se verificava uma certa consistência da oscilação.

Depois, tornou-se necessário a utilização do calculador FFT do MATLAB[®], para obter os valores de frequência e de amplitude desejados, assim como o espectro a que estes dão origem. Portanto, para obter o gráfico relativo ao espectro do tanque para cada frequência, utilizei os valores de tempo do ficheiro recolhido do osciloscópio, os valores de posição resultantes da integração dos valores de aceleração, e apliquei um filtro passa-alto para eliminar valores que não se enquadravam no estudo e que se mostraram com ruído resultante da oscilação irregular da boia. Essa oscilação irregular foi resultante da fricção na guia de apoio, pelo facto do deslocamento da boia não ser puramente vertical.

Tal como nas medições efetuadas a partir do gerador de ondas com base na teoria linear foi aplicado a estas medições efetuadas com boia mais sensor, um código MATLAB® após tratamento necessário em MS Excel® dos dados recolhidos, tal como referido anteriormente. Neste código, foram aplicados os seguintes passos (Anexo B):

- Usar uma função para apagar todos os dados anteriores e outra para fechar todas as janelas anteriores (*clear all; clc; close all;*);
- Utilizar uma função para ler os dados recolhidos e transferidos para uma página MS Excel®, limitando a janela de dados a analisar, por forma a tratar os dados que se apresentam com menos ruído (*x=xlsread('nome do ficheiro de dados.xlsx',' de coluna e linha até coluna e linha');*);
- Utilizar o mesmo processo anterior, mas para os valores de tempo. O tamanho do intervalo de dados dos valores de “x” e de “t” tem de ser igual (*t=xlsread('nome do ficheiro de dados.xlsx',' de coluna e linha até coluna e linha');*);
- Utilizar uma variável que elimina os valores iniciais, correspondentes a medições muito instáveis, não considerados, ou seja o tempo de análise começa a partir desta nova variável (*t0=t-tempo utilizado;*);
- Utilizar uma função para não apagar a janela anterior criada (*figure();*);
- Exibir o gráfico correspondente ao tempo e ao deslocamento (*plot(t0,x,'r');*). O ‘r’ apenas é utilizado para o gráfico a aparecer não aparecer com a cor standard (azul) e aparecer a vermelho (‘r’=red);
- Atribuir nome aos eixos do gráfico obtido (*xlabel('Time (t)') ylabel('Amplitude (m)');*);
- Aplicar uma função para não correr o programa todo automaticamente, e ser possível visualizar os passos até esta função (*pause;*);
- Usar uma função para calcular o comprimento da função criada (*L=length(x);*);
- Utilizar uma função que devolve a menor potência de dois, que é maior ou igual ao valor absoluto do comprimento L ($N=2^{\text{nextpow2}(L)}$);
- Definir uma variável que represente a FFT da variável x , com base na função anterior e no comprimento da variável x (*x_f=fft(x,N)/L;*);
- Atribuir uma variável que corresponda ao valor máximo destes dados, por forma a ser eliminado posteriormente e diminuir o ruído existente nos dados (*aux=max(x_f);*);

- Igualar a variável definida no passo anterior a zero por forma a eliminá-la ($x_f(find(x_f==aux))=0$);
- Aplicar um filtro para apenas deixar passar valores inferiores ao valor definido, eliminando assim valores discrepantes. A escolha deste valor, baseou-se no cálculo do inverso do intervalo de tempo definido para cada medição, e multiplicar esse valor por 10 ($for\ i=valor:N; x_f(i)=0; end$);
- Definir uma frequência de amostragem que, como os valores de tempo estão igualmente espaçados, não vai ser mais do que o inverso desse intervalo de tempo entre valores ($Fs=1/(t(2)-t(1));$);
- Aplicar uma variável que gere vetores espaçados de forma linear mantendo o controlo sobre o número de pontos ($f=Fs/2*linspace(0,1,N/2+1);$);
- Utilizar novamente a função (*figure()*) por forma a desta vez não apagar a janela criada anteriormente que representa o gráfico da amplitude da variável x em função do tempo;
- Definir a função correspondente à FFT da variável x como sendo o módulo dos valores até metade, pois estes repetem-se tanto para um lado como para o outro ou seja, são simétricos ($x_f=abs(x_f(1:N/2+1));$);
- Apresentar o gráfico correspondente à transformada de Fourier, mas em forma de pontos espaçados, por forma a facilitar a visualização da maior frequência existente nesta medição ($stem(f,2*x_f);$);
- Por fim aplicar o título e o nome aos eixos do gráfico correspondente à FFT ($title('Single-Sided Amplitude Spectrum of x(t)')$ $xlabel('Frequency (Hz)')$ $ylabel('|Y(f)|')$), e definir os eixos entre os quais os valores a obter vão estar enquadrados ($axis[valor\ valor\ valor\ valor]$).

À semelhança do que foi feito para as medições anteriores, nesta fase recolhe-se os valores referentes à frequência e à amplitude do maior pico, obtido após aplicação do calculador FFT, para cada medição efetuada:

Rot _{motor} (%)	f (Hz)	$a(m)$
5 – 1ª medição	1.71	0.0105
5 – 2ª medição	1.46	0.0155
25 – 1ª medição	1.46	0.0165
25 – 2ª medição	1.71	0.0138
50 – 1ª medição	1.95	0.0114
50 – 2ª medição	1.46	0.0158
50 – 3ª medição	1.71	0.0176
75 – 1ª medição	1.95	0.0386
100 – 1ª medição	1.71	0.0150
100 – 2ª medição	2.20	0.0310
100 – 3ª medição	1.83	0.0147

Tabela 5-2: Valores referentes às medições a partir do aparato desenvolvido obtidos por calculador FFT

5.3 Comparação Entre Valores Obtidos nas Diferentes Medições

Com estes valores obtidos, chegou a altura de fazer uma comparação entre os mesmos por forma a chegar a uma conclusão. Portanto, olhando agora para a tabela 5-1 e para a tabela 5-2, e comparando os valores de frequência, obtém-se o seguinte:

Regime de rotações do motor (%)	Valores obtidos a partir do gerador de ondas de f (Hz)	Valores obtidos a partir do aparato desenvolvido de f (Hz)
5	1.38	1.71
		1.46
25	1.50	1.46
		1.71
50	1.75	1.95
		1.46
		1.71
75	2.25	1.95
100	2.75	1.71
		2.20
		1.83

Tabela 5-3: Comparação entre os valores de frequências obtidos nas diferentes medições

Obtida esta comparação, é importante calcular o erro relativo associado às medições efetuadas com o aparato desenvolvido, pelo que para tal se utilizou a seguinte fórmula:

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x_{\text{gerador de ondas}}} = \frac{x_{\text{gerador de ondas}} - x_{\text{aparato desenvolvido}}}{x_{\text{gerador de ondas}}} \quad (5.3.1)$$

Portanto, usando as medições efetuadas a partir do gerador de ondas com base na teoria linear das ondas como referência, para os valores de frequências medidos com o aparato o erro associado é o seguinte:

Regime de rotações do motor (%)	Erro relativo associado aos valores de frequência obtidos através das medições efetuadas com o aparato desenvolvido (%)
5	23.9
	5.8
25	2.7
	14.0
50	11.4
	16.6
	2.3
75	13.3
100	37.8
	20.0
	33.5

Tabela 5-4: Erro relativo associado a cada medição efetuada com o aparato desenvolvido para os valores das frequências

Como é visível nesta tabela, existe um grande erro associado a estas medições derivado de todas as suposições consideradas para a boia. Mesmo assim, olhando para a tabela 5-3 consegue-se perceber que existe uma tendência para um aumento da frequência proporcional ao aumento do regime de rotações do motor, embora os valores obtidos a partir do gerador de ondas demonstrem um maior aumento com o regime de rotações do motor em comparação com os valores obtidos através do aparato desenvolvido cujo aumento não é tão significativo.

Passando agora à comparação dos valores obtidos nas diferentes medições relativos às amplitudes:

Regime de rotações do motor (%)	Valores obtidos a partir do gerador de ondas de a (m)	Valores obtidos a partir do aparato desenvolvido de a (m)
5	0.0044	0.0105
		0.0155
25	0.0102	0.0165
		0.0138
50	0.0148	0.0114
		0.0158
		0.0176
75	0.0195	0.0386
100	0.0237	0.0150
		0.0310
		0.0147

Tabela 5-5: Comparação entre os valores de amplitudes obtidos nas diferentes medições

Calculando agora o erro relativo associado às medições efetuadas com o aparato desenvolvido:

Regime de rotações do motor (%)	Erro relativo associado aos valores de frequência obtidos através das medições efetuadas com o aparato desenvolvido (%)
5	>100
	>100
25	61.8
	35.3
50	23.0
	6.8
	18.9
75	97.9
100	36.7
	30.8
	38.0

Tabela 5-6: Erro relativo associado a cada medição efetuada com o aparato desenvolvido para os valores das amplitudes

Com a observação da tabela 5-5, verifica-se que os valores de amplitude medidos sem o aparato têm tendência para aumentar em média 0.0049 metros entre cada aumento de regime de rotações do motor considerado. Nos valores medidos com o aparato desenvolvido, também se verifica que existe um certo aumento proporcional ao aumento do regime de rotações do motor, mas que não é linear. É importante referir ainda, que observando a tabela 5-6, verifica-se que o erro associado às medições efetuadas com o aparato desenvolvido é muito elevado, o que coloca dúvidas acerca dos valores de amplitude obtidos.

Comparando agora os resultados obtidos em geral através das duas medições, verifica-se que nas medições efetuadas a partir do gerador de ondas com base na teoria linear o maior erro associado é a consideração de apenas uma onda harmónica, o que influenciou a expressão utilizada no código e por consequência os espetros obtidos em anexo (Anexo C). Para além desta consideração, a medição do comprimento de onda usando uma escala de 10 em 10 centímetros não foi a mais apropriada, pois limitou-se os valores para esta escala diminuindo a precisão e rigor nas medições, pelo que seria então necessária a utilização de uma escala com um intervalo de valores menor. Relativamente à amplitude, o método utilizado também não foi o mais preciso para a recolha de dados, pois a utilização da régua não foi rigorosa o suficiente para afirmar que a onda apresentava exatamente aquele valor, sendo então também aproximado a uma escala de meio centímetro em meio centímetro.

Quanto aos valores obtidos nas medições efetuadas a partir da boia e do acelerómetro, apesar de terem associados a si todas as ondas que entraram em contato com a boia, também se encontram com um erro associado, pois o movimento da boia não foi puramente vertical como se pretendia, apesar de todos os cuidados tidos para com a mesma, sendo que a assunção do valor do RAO como sendo igual a 1 não foi verificada, e como tal os dados recolhidos apresentam este erro associado. Mesmo assim, foram aplicados diversos filtros nestes resultados obtidos experimentalmente, por forma a eliminar algum ruído verificado e alguns valores discrepantes provenientes também desse mesmo ruído. Um outro erro associado a estas medições efetuadas com o aparato desenvolvido, foi o facto de se verificarem, embora reduzidas, algumas ondas estacionárias no início de cada medição, pois apesar de se fazer um intervalo entre cada medição, não foi o suficiente para eliminar todas as ondas estacionárias presentes na medição seguinte. Este problema das ondas estacionárias, foi o que limitou o tempo de teste quer para estas medições, quer para as anteriores efetuadas a partir do gerador de ondas. Estas ondas resultam de uma das características do tanque, que é precisamente o tamanho do mesmo,

que apesar de se utilizar uma placa metálica, por forma a criar uma praia e dissipar esse tipo de ondas, não é suficiente para as ondas que estão a ser geradas. Relativamente ainda a estas medições experimentais, é importante referir que os valores obtidos para a medição a 75% do regime de rotações do motor elétrico, não são conclusivos, pois tal como se verifica por observação das tabelas, são valores que se encontram desenquadrados com a tendência que os restantes apresentam. O facto de apenas se ter uma medição a 75% resulta no facto de nas outras medições efetuadas a este regime de rotações para o tempo de 5 segundos, se encontrarem com demasiado ruído impossibilitando assim que existisse uma consistência na oscilação.

Através do Anexo C, é possível verificar que os gráficos resultantes dos dados recolhidos diretamente do acelerómetro, ou seja dos valores de aceleração da boia, se encontram com uma janela associada aos dados considerados para a análise do respetivo espetro. Tal como referido neste estudo, essa janela foi aplicada aos momentos do espetro em que se verificou uma ser uniformidade de oscilação. A seguinte tabela indica quais foram os limites de tempo utilizados em cada espetro medido:

Rot _{motor} (%)	Limite inferior de tempo (s)	Limite superior de tempo (s)
5 – 1ª medição	1.112	4.998
5 – 2ª medição	1.54	4.998
25 – 1ª medição	1.984	4.998
25 – 2ª medição	1.054	4.998
50 – 1ª medição	0.662	4.066
50 – 2ª medição	2.058	4.768
50 – 3ª medição	1.576	4.972
75 – 1ª medição	3.25	4.878
100 – 1ª medição	2.298	4.484
100 – 2ª medição	2.264	4.998
100 – 3ª medição	0.646	4.998

Tabela 5-7: Intervalo de tempo utilizado em cada medição

5.4 Aplicação de Técnicas de Janelas

Obtida a aparência desejada de resultados nas duas técnicas de medição utilizadas, é agora nesta fase que se procede à análise espectral, aplicando diferentes técnicas de janelas para eliminar o ruído e conseguir obter com maior precisão a gama de frequências correspondente a cada medição prática efetuada. Desta forma, aplicou-se uma escala logarítmica ao espectro correspondente à amplitude do sinal medido, obtendo-se para cada medição o gráfico correspondente no Anexo D. Foi com este gráfico que fui então aplicar as técnicas de janelas indicadas anteriormente. O gráfico correspondente de cada janela aplicada encontra-se também neste anexo, e pela observação dos mesmos percebe-se que ambas as janelas aplicadas em cada medição, mantém a tendência do espectro medido correspondente.

Posto isto, analisando a eficiência de cada janela aplicada, nota-se que para a janela retangular o efeito que esta causa na medição efetuada é praticamente nulo, isto derivado ao algoritmo que lhe está associado. Esta janela, é portanto aquela que representa o maior volume de perda espectral, não permitindo que sejam retiradas observações mais conclusivas do que o espectro inicial. Mas o mesmo não se verifica nas restantes janelas. A próxima janela com menos eficiência é a janela de Hamming, que apesar de despistar grande parte do ruído, ainda se encontra com muito deste associado, embora seja perceptível uma grande melhoria em relação ao espectro inicial e principalmente em relação à eficiência da janela aplicada anteriormente. Foram utilizadas ainda duas outras janelas, nas quais se verifica uma grande melhoria a nível de eliminação de ruído, pois é possível, na maior parte dos casos, reconhecer onde se encontra o pico desta. A janela triangular, ainda apresenta algum ruído que interfere com o espectro medido mas tal como mencionado, aparenta ser uma fase intermédia, a nível de eliminação de ruído, entre a janela de Hamming e a janela de Hanning. Esta última permite observar a que frequência se encontra o pico do gráfico, colocando de parte a maior parte do ruído e apresentando assim um espectro mais regular em comparação com os anteriores e principalmente em relação ao inicial, tal como se pode observar no Anexo D.

Capítulo 6

Conclusões

6.1 Objetivos Atingidos e Principais Dificuldades

6.2 Recomendações e Trabalhos Futuros

6 Capítulo 6 – Conclusões

6.1 Objetivos Atingidos e Principais Dificuldades

O principal objetivo deste estudo passava por determinar o espectro de ondulação do Tanque do Laboratório de Arquitetura Naval, o que inicialmente se pretendia obter com os valores da medição prática com a boia sensível às ondas geradas e com o restante equipamento mencionado no capítulo 4. Com o evoluir deste estudo, decidi então tentar obter um espectro aproximado com medições feitas por observação, sem equipamento e com a base na teoria linear, por forma a compará-lo com o espectro real obtido pelas medições experimentais e verificar se existia alguma semelhança. Como era de esperar, os valores de frequência obtidos por estas medições a partir do gerador de ondas, apesar de serem tratadas em MATLAB®, apresentam vários erros associados já referidos no capítulo anterior, mas foi possível obter uma tendência que se assemelha em ambas as medições, que passa pelo aumento da frequência medida com o regime de rotações do motor. Posto isto, é possível utilizar os valores obtidos pelas medições experimentais como aproximados da realidade, embora o maior erro associado a estas medições diga respeito à função de transferência. Como nenhum dos valores necessários era conhecido, nomeadamente, o espectro de resposta da boia, o espectro do tanque e a dita função transferência, tornou-se necessário aproximar a boia a ter apenas movimento vertical no seu movimento após a passagem da onda, e desta forma considerar RAO igual a 1, tornando então o espectro de reação da boia igual ao espectro do ambiente de testes. O outro parâmetro medido neste estudo, que dizia respeito à amplitude, foi também conseguido com sucesso, através do aparato desenvolvido. Inicialmente, com os valores obtidos a partir do gerador de ondas, os valores foram medidos com pouca precisão devido à dificuldade de o fazer sem instrumentos de medida próprios, pelo que os valores não se assemelham aqueles medidos pelo aparato, que também se apresentam com uma enorme discrepância como é possível verificar na tabela de erro associada.

Existiram várias contrariedades, algumas delas já referidas anteriormente. As principais dificuldades neste estudo, consistiram em:

- Obter valores de comparação com os medidos visualmente, devido à perceção de escalas possíveis de utilizar;

- Conceber um objeto suficientemente sensível às ondas a que estaria sujeito, com uma boa relação entre o centro de gravidade e metacentro;
- Adquirir os equipamentos necessários para efetuar as medições;
- Tempo reduzido de teste devido ao pouco efeito criado pela praia, uma vez que esta se encontra numa posição quase vertical dissipando pouco as ondas;
- Existência de algumas ondas estacionárias entre as medições, prejudicando os resultados obtidos;
- Operar aparelho de medição, pois este está preparado para funcionar com frequências bastante mais elevadas em comparação com as que estavam a ser medidas;
- Tratar os dados recolhidos em MATLAB®, devido à não existência prévia de sensibilidade para com o mesmo.

Ultrapassadas estas dificuldades, consegui obter o espectro desejado para cada regime de rotações do motor definido, com o respetivo erro associado, ficando assim conhecida uma aproximação do espectro de ondulação do Tanque do Laboratório de Arquitetura Naval, no que diz respeito à relação da frequência com a amplitude.

6.2 Recomendações e Trabalhos Futuros

Obtida esta aproximação do espectro correspondente à frequência com a amplitude, considero importante efetuar um estudo semelhante para conferir estes resultados utilizando um Arduíno programável, e com envio dos dados para computador através de um dispositivo Bluetooth ou Wi-Fi, e ainda efetuar alterações ao objeto de estudo por forma a corrigir as imperfeições observadas nestas medições. A vantagem deste método baseia-se na possibilidade de medir em três dimensões e não apenas numa, eliminando assim algum ruído que tenha interferido com este estudo, apesar do mesmo ter sido minimizado com o uso das transformadas de Fourier. Existem ainda outros movimentos que são sentidos na boia, e que também são interessantes de ser estudados, como é o caso do avanço, da deriva, do cabeceio, da guinada e do balanço. Desta forma e conhecida uma relação do efeito que o regime de rotações do motor causa, como por exemplo o comprimento de onda para cada rotação, torna-se um estudo interessante completar o espectro para o respetivo Tanque.

Referências Bibliográficas

Referências Bibliográficas

- ALBUQUERQUE, Gil. *Modelagem e Simulação da Dinâmica de Bóias de Superfície Ancoradas*, Dissertação de mestrado em Engenharia Mecânica na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008.
- ANJO, António, FERNANDES, Ricardo, & CARVALHO, Amaral. *Curso de MatLab*, 1ª Edição, Cascais, Principia, 2003.
- BEER, Ferdinand, & JOHNSTON JR., E. *Mecânica Vectorial para Engenheiros: Estática*, tradução de Ildefonso Neves, António Gago & Joaquim Dias, 6ª Edição, Amadora, McGraw-Hill, 1998.
- BHATTACHARYYA, Rameswar. *Dynamics of Marine Vehicles*, Annapolis, U.S. Naval Academy, John Wiley & Sons, 1978.
- CHAPRA, Steven, & Canale, Raymond. *Métodos Numéricos para Engenharia*, tradução de Helena Castro, 5ª Edição, São Paulo, McGraw-Hill, 2008.
- COMSTOCK, John. *Principles of Naval Architecture*, First Edition, Massachusetts, Cambridge University Press, 1939.
- FALTINSEN, O. *Sea Loads on Ship and Offshore Structures*, First Edition, United Kingdom, Cambridge University Press, 1990.
- GONÇALVES, Louis. *Um estudo sobre a Transformada Rápida de Fourier e seu uso em processamento de imagens*, Dissertação de mestrado em Matemática Aplicada na Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2004.
- NEWLAND, D. *An Introduction to Random Vibrations, Spectral & Wavelet Analysis*, Third Edition, England, Prentice Hall, 1993.
- PEREIRA, Ana. *Modelação da Agitação Marítima em Zonas Costeiras*, Dissertação de mestrado em Engenharia e Arquitectura Naval no Instituto Superior Técnico, Lisboa, 2008.
- RAWSON, K., & TUPPER, E. *Basic Ship Theory vol.1*, Fifth Edition, England, Butterworth-Heinemann, 2001.
- . *Basic Ship Theory vol.2*. Fifth Edition, England, Butterworth-Heinemann, 2001.

ROGÉRIO D'OLIVEIRA, Capitão de Fragata Engenheiro de Construção Naval. *Elementos de Architectura Naval vol.1*, Escola Naval, Serviço de Publicações Escolares, 2004.

Anexos

Anexos

Anexo A – Projeto da Boia

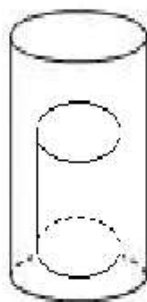
Anexo B – Código MATLAB[®]

Anexo C – Gráficos dos Espectros Medidos

Anexo D – Gráficos de Densidade Espectral

ANEXO A – PROJETO DA BOIA

1º Passo: Dimensionar a boia para ter uma altura, diâmetro e forma geométrica favoráveis à sua aplicação.



Pretende-se uma boia cilíndrica com:

- Raio externo de 8,5 centímetros
- Raio interno de 2,3 centímetros
- Altura de 22,6 centímetros
- Altura do furo interior de 20,6 centímetros

2º Passo: Cortar 12 paralelepípedos quadrados de 20 centímetros de largura das placas de polistireno.

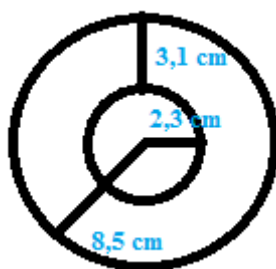


Espessura de 1,88 centímetros

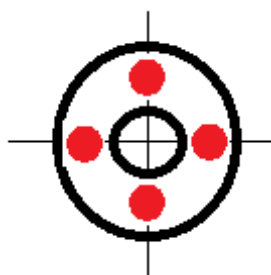
3º Passo: Colocar no 4º paralelepípedo a contar do fundo da boia 4 chumbos de 125 gramas igualmente espaçados entre si.



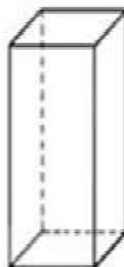
Como o raio externo é 8,5 centímetros e o interno é 2,3 centímetros, sobram então 3,1 centímetros de poliestireno para cada lado:



Como tal, os chumbos foram colocados a meio dessa distância, pelo que o centro destes ficou a 3,85 centímetros do centro do cilindro.

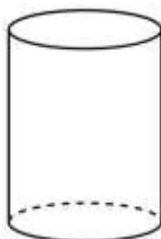


4º Passo: Colar com cola epóxi Bostic as 12 peças cortadas, deixando para 9ª a contar do topo da boia, a peça equipada com os chumbos.



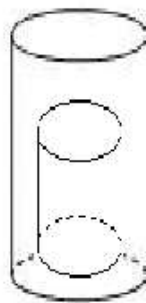
Está obtida então a altura desejada para a boia.

5º Passo: Levar a peça ao torno, por forma a esta ganhar a forma cilíndrica.



Nesta fase está obtida a forma geométrica, altura e diâmetro desejados para a peça.

6º Passo: Ainda no torno, efetuar o furo interior.



O furo interior possui o menor diâmetro necessário a cumprir com o diâmetro da guia de apoio, com a folga suficiente para a boia não raspar na guia nos seus movimentos verticais, e possui ainda a altura suficiente para evitar que nos movimentos descendentes a boia colida com a guia.

CADERNO DE PESOS DA BOIA

Designação	Massa (Kg)	$X_g(\text{cm})$	$Y_g(\text{cm})$	$Z_g(\text{cm})$	$KG_x(\text{cm})$	$KG_y(\text{cm})$	$KG_z(\text{cm})$
Peso da Boia	0.050	-	-	11.37	-	-	-
1º Peso	0.125	3.85	0	-5	0.858	0	-1.114
2º Peso	0.125	-3.85	0	-5	-0.858	0	-1.114
3º Peso	0.125	0	3.85	-5	0	0.858	-1.114
4º Peso	0.125	0	-3.85	-5	0	-0.858	-1.114
Sensor	0.011	0	0	11.23	0	0	0.220
Total	0.561	-	-	-	0	0	7.134

ANEXO B – CÓDIGO MATLAB[®]

Código para medições efetuadas a partir do gerador de ondas com base na teoria linear das ondas para um regime de rotações do motor a 5%

```
clear all; clc;
close all;
Fs = 8;
t = [0:1/Fs:5];
x = 0.005*cos(8.27*t);
figure ();
plot(t,x,'r');
xlabel('Time (t)')
ylabel('Amplitude (m)')
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
Y = fft(x,N)/L;
f = Fs/2*linspace(0,1,N/2+1);
figure()
stem(f,2*abs(Y(1:N/2+1)))
title('Single-Sided Amplitude Spectrum of x(t)')
xlabel('Frequency (Hz)')
ylabel('|Y(f)|')
```

Código para medições efetuadas a partir do gerador de ondas com base na teoria linear das ondas para um regime de rotações do motor a 25%

```
clear all; clc;
close all;
Fs = 8;
t = [0:1/Fs:5];
x = 0.010*cos(9.38*t);
figure ();
plot(t,x,'r');
xlabel('Time (t)')
ylabel('Amplitude (m)')
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
Y = fft(x,N)/L;
f = Fs/2*linspace(0,1,N/2+1);
figure()
stem(f,2*abs(Y(1:N/2+1)))
title('Single-Sided Amplitude Spectrum of x(t)')
xlabel('Frequency (Hz)')
ylabel('|Y(f)|')
```

Código para medições efetuadas a partir do gerador de ondas com base na teoria linear das ondas para um regime de rotações do motor a 50%

```
clear all; clc;
close all;
Fs = 8;
t = [0:1/Fs:5];
x = 0.015*cos(11.10*t);
figure ();
plot(t,x,'r');
xlabel('Time (t)')
ylabel('Amplitude (m)')
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
Y = fft(x,N)/L;
```

```
f = Fs/2*linspace(0,1,N/2+1);
figure()
stem(f,2*abs(Y(1:N/2+1)))
title('Single-Sided Amplitude Spectrum of x(t)')
xlabel('Frequency (Hz)')
ylabel('|Y(f)|')
```

Código para medições efetuadas a partir do gerador de ondas com base na teoria linear das ondas para um regime de rotações do motor a 75%

```
clear all; clc;
close all;
Fs = 8;
t = [0:1/Fs:5];
x = 0.020*cos(14.33*t);
figure ();
plot(t,x,'r');
xlabel('Time (t)')
ylabel('Amplitude (m)')
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
Y = fft(x,N)/L;
f = Fs/2*linspace(0,1,N/2+1);
figure()
stem(f,2*abs(Y(1:N/2+1)))
title('Single-Sided Amplitude Spectrum of x(t)')
xlabel('Frequency (Hz)')
ylabel('|Y(f)|')
```

Código para medições efetuadas a partir do gerador de ondas com base na teoria linear das ondas para um regime de rotações do motor a 100%

```
clear all; clc;
close all;
Fs = 8;
t = [0:1/Fs:5];
x = 0.025*cos(17.55*t);
figure ();
plot(t,x,'r');
xlabel('Time (t)')
ylabel('Amplitude (m)')
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
Y = fft(x,N)/L;
f = Fs/2*linspace(0,1,N/2+1);
figure()
stem(f,2*abs(Y(1:N/2+1)))
title('Single-Sided Amplitude Spectrum of x(t)')
xlabel('Frequency (Hz)')
ylabel('|Y(f)|')
```

Código para medições efetuadas a partir do aparato desenvolvido (boia + sensor) para um regime de rotações do motor a 5% – 1ª medição

```
clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0028CH1_alt.xlsx','L540:L2483');
t = xlsread('F0028CH1_alt.xlsx','A540:A2483');
t0=t-1.112;
figure ();
plot(t0,x,'r');
xlabel('Time (t)')
ylabel('Amplitude (m)')
pause;
L = length (x);
```

```

N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
aux=max(x_f);
x_f(find(x_f==aux))==0
for i=14:N;
    x_f(i)=0;
end
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure()
stem(f,2*x_f);
title('Single-Sided Amplitude Spectrum of x(t)')
xlabel('Frequency (Hz)')
ylabel('|Y(f)|')
axis([0 5 0 0.03])

```

Código para medições efetuadas a partir do aparato desenvolvido (boia + sensor) para um regime de rotações do motor a 5% – 2ª medição

```

clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0029CH1_alt.xlsx','L754:L2483');
t = xlsread('F0029CH1_alt.xlsx','A754:A2483');
t0=t-1.54;
figure ();
plot(t0,x,'r');
xlabel('Time (t)')
ylabel('Amplitude (m)')
pause;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
aux=max(x_f);
x_f(find(x_f==aux))==0
for i=14:N;
    x_f(i)=0;
end
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure()
stem(f,2*x_f);
title('Single-Sided Amplitude Spectrum of x(t)')
xlabel('Frequency (Hz)')
ylabel('|Y(f)|')
axis([0 5 0 0.03])

```

Código para medições efetuadas a partir do aparato desenvolvido (boia + sensor) para um regime de rotações do motor a 25% – 1ª medição

```

clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0024CH1_alt.xlsx','L976:L2483');
t = xlsread('F0024CH1_alt.xlsx','A976:A2483');
t0=t-1.984;
figure ();
plot(t0,x,'r');
xlabel('Time (t)')
ylabel('Amplitude (m)')
pause;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;

```



```

aux=max(x_f);
x_f(find(x_f==aux))==0
for i=14:N;
    x_f(i)=0;
end
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure()
stem(f,2*x_f);
title('Single-Sided Amplitude Spectrum of x(t)')
xlabel('Frequency (Hz)')
ylabel('|Y(f)|')
axis([0 5 0 0.03])

```

Código para medições efetuadas a partir do aparato desenvolvido (boia + sensor) para um regime de rotações do motor a 25% – 2ª medição

```

clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0025CH1_alt.xlsx','L511:L2483');
t = xlsread('F0025CH1_alt.xlsx','A511:A2483');
t0=t-1.054;
figure ();
plot(t0,x,'r');
xlabel('Time (t)')
ylabel('Amplitude (m)')
pause;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
aux=max(x_f);
x_f(find(x_f==aux))==0
for i=14:N;
    x_f(i)=0;
end
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure()
stem(f,2*x_f);
title('Single-Sided Amplitude Spectrum of x(t)')
xlabel('Frequency (Hz)')
ylabel('|Y(f)|')
axis([0 5 0 0.03])

```

Código para medições efetuadas a partir do aparato desenvolvido (boia + sensor) para um regime de rotações do motor a 50% – 1ª medição

```

clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0008CH1_alt.xlsx','L315:L2017');
t = xlsread('F0008CH1_alt.xlsx','A315:A2017');
t0=t-0.662;
figure ();
plot(t0,x,'r');
xlabel('Time (t)')
ylabel('Amplitude (m)')
pause;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
aux=max(x_f);
x_f(find(x_f==aux))==0

```

```

for i=17:N;
    x_f(i)=0;
end
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure()
stem(f,2*x_f);
title('Single-Sided Amplitude Spectrum of x(t)')
xlabel('Frequency (Hz)')
ylabel('|Y(f)|')
axis([0 7 0 0.05])

```

Código para medições efetuadas a partir do aparato desenvolvido (boia + sensor) para um regime de rotações do motor a 50% – 2ª medição

```

clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0009CH1_alt.xlsx','L1013:L2368');
t = xlsread('F0009CH1_alt.xlsx','A1013:A2368');
t0=t-2.058;
figure ();
plot(t0,x,'r');
xlabel('Time (t)')
ylabel('Amplitude (m)')
pause;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
aux=max(x_f);
x_f(find(x_f==aux))=0
for i=14:N;
    x_f(i)=0;
end
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure()
stem(f,2*x_f);
title('Single-Sided Amplitude Spectrum of x(t)')
xlabel('Frequency (Hz)')
ylabel('|Y(f)|')
axis([0 5 0 0.05])

```

Código para medições efetuadas a partir do aparato desenvolvido (boia + sensor) para um regime de rotações do motor a 50% – 3ª medição

```

clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0010CH1_alt.xlsx','L771:L2470');
t = xlsread('F0010CH1_alt.xlsx','A771:A2470');
t0=t-1.576;
figure ();
plot(t0,x,'r');
xlabel('Time (t)')
ylabel('Amplitude (m)')
pause;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
aux=max(x_f);
x_f(find(x_f==aux))=0
for i=14:N;
    x_f(i)=0;
end

```

```

end
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure()
stem(f,2*x_f);
title('Single-Sided Amplitude Spectrum of x(t)')
xlabel('Frequency (Hz)')
ylabel('|Y(f)|')
axis([0 5 0 0.05])

```

Código para medições efetuadas a partir do aparato desenvolvido (boia + sensor) para um regime de rotações do motor a 75% – 1ª medição

```

clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0023CH1_alt.xlsx','L1587:L2423');
t = xlsread('F0023CH1_alt.xlsx','A1587:A2423');
t0=t-3.25;
figure ();
plot(t0,x,'r');
xlabel('Time (t)')
ylabel('Amplitude (m)')
pause;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
aux=max(x_f);
x_f(find(x_f==aux))==0
for i=14:N;
    x_f(i)=0;
end
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure()
stem(f,2*x_f);
title('Single-Sided Amplitude Spectrum of x(t)')
xlabel('Frequency (Hz)')
ylabel('|Y(f)|')
axis([0 10 0 0.1])

```

Código para medições efetuadas a partir do aparato desenvolvido (boia + sensor) para um regime de rotações do motor a 100% – 1ª medição

```

clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0017CH1_alt.xlsx','L1133:L2226');
t = xlsread('F0017CH1_alt.xlsx','A1133:A2226');
t0=t-2.298;
figure ();
plot(t0,x,'r');
xlabel('Time (t)')
ylabel('Amplitude (m)')
pause;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
aux=max(x_f);
x_f(find(x_f==aux))==0
for i=19:N;
    x_f(i)=0;
end
Fs=1/(t(2)-t(1));

```

```

f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure()
stem(f,2*x_f);
title('Single-Sided Amplitude Spectrum of x(t)')
xlabel('Frequency (Hz)')
ylabel('|Y(f)|')
axis([0 7 0 0.05])

```

Código para medições efetuadas a partir do aparato desenvolvido (boia + sensor) para um regime de rotações do motor a 100% – 2ª medição

```

clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0018CH1_alt.xlsx','L1116:L2483');
t = xlsread('F0018CH1_alt.xlsx','A1116:A2483');
t0=t-2.264;
figure ();
plot(t0,x,'r');
xlabel('Time (t)')
ylabel('Amplitude (m)')
pause;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
aux=max(x_f);
x_f(find(x_f==aux))==0
for i=19:N;
    x_f(i)=0;
end
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure()
stem(f,2*x_f);
title('Single-Sided Amplitude Spectrum of x(t)')
xlabel('Frequency (Hz)')
ylabel('|Y(f)|')
axis([0 7 0 0.05])

```

Código para medições efetuadas a partir do aparato desenvolvido (boia + sensor) para um regime de rotações do motor a 100% – 3ª medição

```

clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0019CH1_alt.xlsx','L307:L2483');
t = xlsread('F0019CH1_alt.xlsx','A307:A2483');
t0=t-0.646;
figure ();
plot(t0,x,'r');
xlabel('Time (t)')
ylabel('Amplitude (m)')
pause;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
aux=max(x_f);
x_f(find(x_f==aux))==0
for i=18:N;
    x_f(i)=0;
end
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));

```

```
figure()
stem(f,2*x_f);
title('Single-Sided Amplitude Spectrum of x(t)')
xlabel('Frequency (Hz)')
ylabel('|Y(f)|')
axis([0 5 0 0.05])
```

Código para janelas Retangulares a 5 % – 1ª medição

```
clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0028CH1_alt.xlsx','L540:L2483');
t = xlsread('F0028CH1_alt.xlsx','A540:A2483');
t0=t-1.112;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
subplot(2,1,2)
semilogy(f,(abs(x_f(1:length(f))))))
pause
figure (2)
Hs=spectrum.periodogram('Rectangular');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)
```

Código para janelas Triangulares a 5 % – 1ª medição

```
clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0028CH1_alt.xlsx','L540:L2483');
t = xlsread('F0028CH1_alt.xlsx','A540:A2483');
t0=t-1.112;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
subplot(2,1,2)
semilogy(f,(abs(x_f(1:length(f))))))
pause
figure (2)
Hs=spectrum.periodogram('Triangular');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)
```

Código para janelas de Hanning a 5 % – 1ª medição

```
clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0028CH1_alt.xlsx','L540:L2483');
t = xlsread('F0028CH1_alt.xlsx','A540:A2483');
t0=t-1.112;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
```

```

figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
subplot(2,1,2)
semilogy(f,(abs(x_f(1:length(f))))))
pause
figure(2)
Hs=spectrum.periodogram('Hann');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)

```

Código para janelas de Hamming a 5 % – 1ª medição

```

clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0028CH1_alt.xlsx','L540:L2483');
t = xlsread('F0028CH1_alt.xlsx','A540:A2483');
t0=t-1.112;
L = length(x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
subplot(2,1,2)
semilogy(f,(abs(x_f(1:length(f))))))
pause
figure(2)
Hs=spectrum.periodogram('Hamming');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)

```

Código para janelas Retangulares a 5 % – 2ª medição

```

clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0029CH1_alt.xlsx','L754:L2483');
t = xlsread('F0029CH1_alt.xlsx','A754:A2483');
t0=t-1.54;
L = length(x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
subplot(2,1,2)
semilogy(f,(abs(x_f(1:length(f))))))
pause
figure(2)
Hs=spectrum.periodogram('Rectangular');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)

```

Código para janelas Triangulares a 5 % – 2ª medição

```

clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0029CH1_alt.xlsx','L754:L2483');
t = xlsread('F0029CH1_alt.xlsx','A754:A2483');
t0=t-1.54;
L = length(x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;

```

```

Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
subplot(2,1,2)
semilogy(f,(abs(x_f(1:length(f)))))
pause
figure (2)
Hs=spectrum.periodogram('Triangular');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)

```

Código para janelas de Hanning a 5 % – 2ª medição

```

clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0029CH1_alt.xlsx','L754:L2483');
t = xlsread('F0029CH1_alt.xlsx','A754:A2483');
t0=t-1.54;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
subplot(2,1,2)
semilogy(f,(abs(x_f(1:length(f)))))
pause
figure (2)
Hs=spectrum.periodogram('Hann');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)

```

Código para janelas de Hamming a 5 % – 2ª medição

```

clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0029CH1_alt.xlsx','L754:L2483');
t = xlsread('F0029CH1_alt.xlsx','A754:A2483');
t0=t-1.54;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
subplot(2,1,2)
semilogy(f,(abs(x_f(1:length(f)))))
pause
figure (2)
Hs=spectrum.periodogram('Hamming');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)

```

Código para janelas Retangulares a 25 % – 1ª medição

```

clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0024CH1_alt.xlsx','L976:L2483');
t = xlsread('F0024CH1_alt.xlsx','A976:A2483');
t0=t-1.984;

```

```

L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
subplot(2,1,2)
semilogy(f,(abs(x_f(1:length(f))))))
pause
figure (2)
Hs=spectrum.periodogram('Rectangular');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)

```

Código para janelas Triangulares a 25 % – 1ª medição

```

clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0024CH1_alt.xlsx','L976:L2483');
t = xlsread('F0024CH1_alt.xlsx','A976:A2483');
t0=t-1.984;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
subplot(2,1,2)
semilogy(f,(abs(x_f(1:length(f))))))
pause
figure (2)
Hs=spectrum.periodogram('Triangular');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)

```

Código para janelas de Hanning a 25 % – 1ª medição

```

clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0024CH1_alt.xlsx','L976:L2483');
t = xlsread('F0024CH1_alt.xlsx','A976:A2483');
t0=t-1.984;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
subplot(2,1,2)
semilogy(f,(abs(x_f(1:length(f))))))
pause
figure (2)
Hs=spectrum.periodogram('Hann');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)

```

Código para janelas de Hamming a 25 % – 1ª medição

```

clear all; clc;
close all;

```



```

x = xlsread('F0024CH1_alt.xlsx','L976:L2483');
t = xlsread('F0024CH1_alt.xlsx','A976:A2483');
t0=t-1.984;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
subplot(2,1,2)
semilogy(f,(abs(x_f(1:length(f))))))
pause
figure (2)
Hs=spectrum.periodogram('Hamming');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)

```

Código para janelas Retangulares a 25 % – 2ª medição

```

clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0025CH1_alt.xlsx','L511:L2483');
t = xlsread('F0025CH1_alt.xlsx','A511:A2483');
t0=t-1.054;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
subplot(2,1,2)
semilogy(f,(abs(x_f(1:length(f))))))
pause
figure (2)
Hs=spectrum.periodogram('Rectangular');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)

```

Código para janelas Triangulares a 25 % – 2ª medição

```

clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0025CH1_alt.xlsx','L511:L2483');
t = xlsread('F0025CH1_alt.xlsx','A511:A2483');
t0=t-1.054;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
subplot(2,1,2)
semilogy(f,(abs(x_f(1:length(f))))))
pause
figure (2)
Hs=spectrum.periodogram('Triangular');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)

```

Código para janelas de Hanning a 25 % – 2ª medição

```
clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0025CH1_alt.xlsx','L511:L2483');
t = xlsread('F0025CH1_alt.xlsx','A511:A2483');
t0=t-1.054;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
subplot(2,1,2)
semilogy(f,(abs(x_f(1:length(f))))))
pause
figure (2)
Hs=spectrum.periodogram('Hann');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)
```

Código para janelas de Hamming a 25 % – 2ª medição

```
clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0025CH1_alt.xlsx','L511:L2483');
t = xlsread('F0025CH1_alt.xlsx','A511:A2483');
t0=t-1.054;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
subplot(2,1,2)
semilogy(f,(abs(x_f(1:length(f))))))
pause
figure (2)
Hs=spectrum.periodogram('Hamming');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)
```

Código para janelas Retangulares a 50 % – 1ª medição

```
clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0008CH1_alt.xlsx','L315:L2017');
t = xlsread('F0008CH1_alt.xlsx','A315:A2017');
t0=t-0.662;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
subplot(2,1,2)
semilogy(f,(abs(x_f(1:length(f))))))
pause
```

```
figure (2)
Hs=spectrum.periodogram('Rectangular');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)
```

Código para janelas Triangulares a 50 % – 1ª medição

```
clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0008CH1_alt.xlsx','L315:L2017');
t = xlsread('F0008CH1_alt.xlsx','A315:A2017');
t0=t-0.662;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
subplot(2,1,2)
semilogy(f,(abs(x_f(1:length(f))))))
pause
figure (2)
Hs=spectrum.periodogram('Triangular');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)
```

Código para janelas de Hanning a 50 % – 1ª medição

```
clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0008CH1_alt.xlsx','L315:L2017');
t = xlsread('F0008CH1_alt.xlsx','A315:A2017');
t0=t-0.662;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
subplot(2,1,2)
semilogy(f,(abs(x_f(1:length(f))))))
pause
figure (2)
Hs=spectrum.periodogram('Hann');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)
```

Código para janelas de Hamming a 50 % – 1ª medição

```
clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0008CH1_alt.xlsx','L315:L2017');
t = xlsread('F0008CH1_alt.xlsx','A315:A2017');
t0=t-0.662;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
```

```

subplot(2,1,2)
semilogy(f, (abs(x_f(1:length(f))))))
pause
figure (2)
Hs=spectrum.periodogram('Hamming');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)

```

Código para janelas Retangulares a 50 % – 2ª medição

```

clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0009CH1_alt.xlsx','L1013:L2368');
t = xlsread('F0009CH1_alt.xlsx','A1013:A2368');
t0=t-2.058;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
subplot(2,1,2)
semilogy(f, (abs(x_f(1:length(f))))))
pause
figure (2)
Hs=spectrum.periodogram('Rectangular');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)

```

Código para janelas Triangulares a 50 % – 2ª medição

```

clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0009CH1_alt.xlsx','L1013:L2368');
t = xlsread('F0009CH1_alt.xlsx','A1013:A2368');
t0=t-2.058;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
subplot(2,1,2)
semilogy(f, (abs(x_f(1:length(f))))))
pause
figure (2)
Hs=spectrum.periodogram('Triangular');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)

```

Código para janelas de Hanning a 50 % – 2ª medição

```

clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0009CH1_alt.xlsx','L1013:L2368');
t = xlsread('F0009CH1_alt.xlsx','A1013:A2368');
t0=t-2.058;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));

```

```

figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
subplot(2,1,2)
semilogy(f,(abs(x_f(1:length(f))))))
pause
figure(2)
Hs=spectrum.periodogram('Hann');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)

```

Código para janelas de Hamming a 50 % – 2ª medição

```

clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0009CH1_alt.xlsx','L1013:L2368');
t = xlsread('F0009CH1_alt.xlsx','A1013:A2368');
t0=t-2.058;
L = length(x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
subplot(2,1,2)
semilogy(f,(abs(x_f(1:length(f))))))
pause
figure(2)
Hs=spectrum.periodogram('Hamming');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)

```

Código para janelas Retangulares a 50 % – 3ª medição

```

clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0010CH1_alt.xlsx','L771:L2470');
t = xlsread('F0010CH1_alt.xlsx','A771:A2470');
t0=t-1.576;
L = length(x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
subplot(2,1,2)
semilogy(f,(abs(x_f(1:length(f))))))
pause
figure(2)
Hs=spectrum.periodogram('Rectangular');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)

```

Código para janelas Triangulares a 50 % – 3ª medição

```

clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0010CH1_alt.xlsx','L771:L2470');
t = xlsread('F0010CH1_alt.xlsx','A771:A2470');
t0=t-1.576;
L = length(x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;

```

```

Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
subplot(2,1,2)
semilogy(f,(abs(x_f(1:length(f))))))
pause
figure (2)
Hs=spectrum.periodogram('Triangular');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)

```

Código para janelas de Hanning a 50 % – 3ª medição

```

clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0010CH1_alt.xlsx','L771:L2470');
t = xlsread('F0010CH1_alt.xlsx','A771:A2470');
t0=t-1.576;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
subplot(2,1,2)
semilogy(f,(abs(x_f(1:length(f))))))
pause
figure (2)
Hs=spectrum.periodogram('Hann');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)

```

Código para janelas de Hamming a 50 % – 3ª medição

```

clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0010CH1_alt.xlsx','L771:L2470');
t = xlsread('F0010CH1_alt.xlsx','A771:A2470');
t0=t-1.576;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
subplot(2,1,2)
semilogy(f,(abs(x_f(1:length(f))))))
pause
figure (2)
Hs=spectrum.periodogram('Hamming');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)

```

Código para janelas Retangulares a 75 % – 1ª medição

```

clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0023CH1_alt.xlsx','L1587:L2423');
t = xlsread('F0023CH1_alt.xlsx','A1587:A2423');
t0=t-3.25;

```

```

L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
subplot(2,1,2)
semilogy(f,(abs(x_f(1:length(f))))))
pause
figure (2)
Hs=spectrum.periodogram('Rectangular');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)

```

Código para janelas Triangulares a 75 % – 1ª medição

```

clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0023CH1_alt.xlsx','L1587:L2423');
t = xlsread('F0023CH1_alt.xlsx','A1587:A2423');
t0=t-3.25;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
subplot(2,1,2)
semilogy(f,(abs(x_f(1:length(f))))))
pause
figure (2)
Hs=spectrum.periodogram('Triangular');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)

```

Código para janelas de Hanning a 75 % – 1ª medição

```

clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0023CH1_alt.xlsx','L1587:L2423');
t = xlsread('F0023CH1_alt.xlsx','A1587:A2423');
t0=t-3.25;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
subplot(2,1,2)
semilogy(f,(abs(x_f(1:length(f))))))
pause
figure (2)
Hs=spectrum.periodogram('Hann');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)

```

Código para janelas de Hamming a 75 % – 1ª medição

```

clear all; clc;
close all;

```

```

x = xlsread('F0023CH1_alt.xlsx','L1587:L2423');
t = xlsread('F0023CH1_alt.xlsx','A1587:A2423');
t0=t-3.25;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
subplot(2,1,2)
semilogy(f,(abs(x_f(1:length(f))))))
pause
figure (2)
Hs=spectrum.periodogram('Hamming');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)

```

Código para janelas Retangulares a 100 % – 1ª medição

```

clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0017CH1_alt.xlsx','L1133:L2226');
t = xlsread('F0017CH1_alt.xlsx','A1133:A2226');
t0=t-2.298;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
subplot(2,1,2)
semilogy(f,(abs(x_f(1:length(f))))))
pause
figure (2)
Hs=spectrum.periodogram('Rectangular');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)

```

Código para janelas Triangulares a 100 % – 1ª medição

```

clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0017CH1_alt.xlsx','L1133:L2226');
t = xlsread('F0017CH1_alt.xlsx','A1133:A2226');
t0=t-2.298;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
subplot(2,1,2)
semilogy(f,(abs(x_f(1:length(f))))))
pause
figure (2)
Hs=spectrum.periodogram('Triangular');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)

```

Código para janelas de Hanning a 100 % – 1ª medição

```
clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0017CH1_alt.xlsx','L1133:L2226');
t = xlsread('F0017CH1_alt.xlsx','A1133:A2226');
t0=t-2.298;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
subplot(2,1,2)
semilogy(f,(abs(x_f(1:length(f))))))
pause
figure (2)
Hs=spectrum.periodogram('Hann');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)
```

Código para janelas de Hamming a 100 % – 1ª medição

```
clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0017CH1_alt.xlsx','L1133:L2226');
t = xlsread('F0017CH1_alt.xlsx','A1133:A2226');
t0=t-2.298;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
subplot(2,1,2)
semilogy(f,(abs(x_f(1:length(f))))))
pause
figure (2)
Hs=spectrum.periodogram('Hamming');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)
```

Código para janelas Retangulares a 100 % – 2ª medição

```
clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0018CH1_alt.xlsx','L1116:L2483');
t = xlsread('F0018CH1_alt.xlsx','A1116:A2483');
t0=t-2.264;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
subplot(2,1,2)
semilogy(f,(abs(x_f(1:length(f))))))
pause
```

```
figure (2)
Hs=spectrum.periodogram('Rectangular');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)
```

Código para janelas Triangulares a 100 % – 2ª medição

```
clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0018CH1_alt.xlsx','L1116:L2483');
t = xlsread('F0018CH1_alt.xlsx','A1116:A2483');
t0=t-2.264;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
subplot(2,1,2)
semilogy(f,(abs(x_f(1:length(f))))))
pause
figure (2)
Hs=spectrum.periodogram('Triangular');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)
```

Código para janelas de Hanning a 100 % – 2ª medição

```
clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0018CH1_alt.xlsx','L1116:L2483');
t = xlsread('F0018CH1_alt.xlsx','A1116:A2483');
t0=t-2.264;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
subplot(2,1,2)
semilogy(f,(abs(x_f(1:length(f))))))
pause
figure (2)
Hs=spectrum.periodogram('Hann');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)
```

Código para janelas de Hamming a 100 % – 2ª medição

```
clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0018CH1_alt.xlsx','L1116:L2483');
t = xlsread('F0018CH1_alt.xlsx','A1116:A2483');
t0=t-2.264;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
```

```

subplot(2,1,2)
semilogy(f, (abs(x_f(1:length(f))))))
pause
figure (2)
Hs=spectrum.periodogram('Hamming');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)

```

Código para janelas Retangulares a 100 % – 3ª medição

```

clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0019CH1_alt.xlsx','L307:L2483');
t = xlsread('F0019CH1_alt.xlsx','A307:A2483');
t0=t-0.646;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
subplot(2,1,2)
semilogy(f, (abs(x_f(1:length(f))))))
pause
figure (2)
Hs=spectrum.periodogram('Rectangular');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)

```

Código para janelas Triangulares a 100 % – 3ª medição

```

clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0019CH1_alt.xlsx','L307:L2483');
t = xlsread('F0019CH1_alt.xlsx','A307:A2483');
t0=t-0.646;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
subplot(2,1,2)
semilogy(f, (abs(x_f(1:length(f))))))
pause
figure (2)
Hs=spectrum.periodogram('Triangular');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)

```

Código para janelas de Hanning a 100 % – 3ª medição

```

clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0019CH1_alt.xlsx','L307:L2483');
t = xlsread('F0019CH1_alt.xlsx','A307:A2483');
t0=t-0.646;
L = length (x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));

```

```

figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
subplot(2,1,2)
semilogy(f,(abs(x_f(1:length(f))))))
pause
figure(2)
Hs=spectrum.periodogram('Hann');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)

```

Código para janelas de Hamming a 100 % – 3ª medição

```

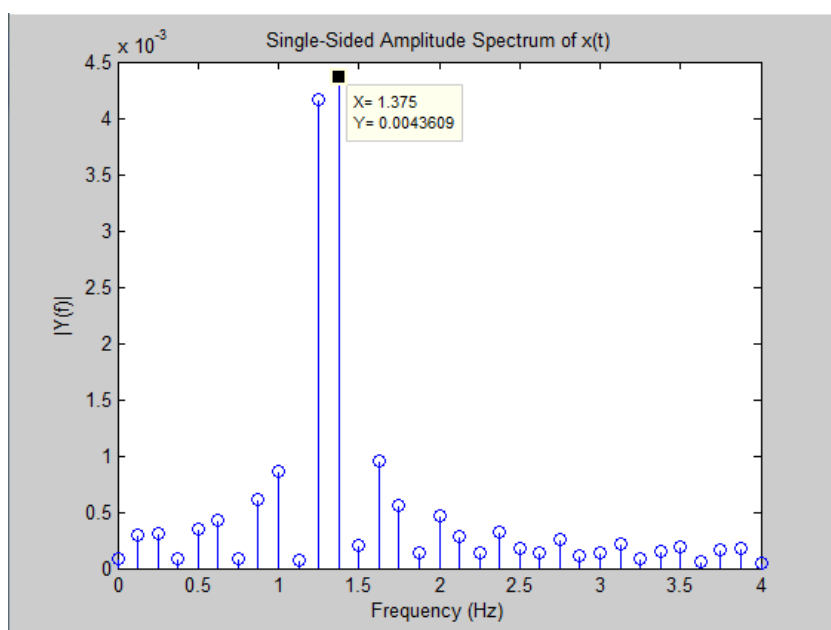
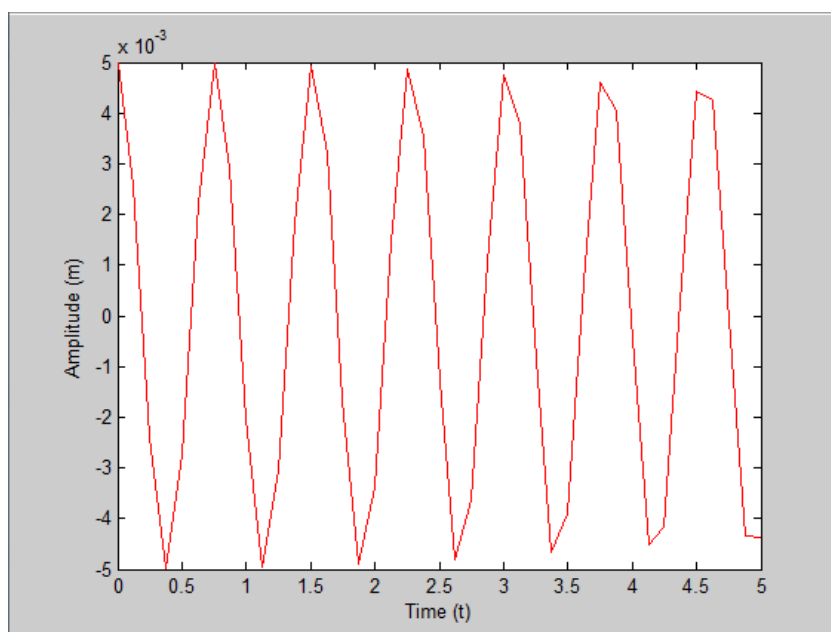
clear all; clc;
close all;
x = xlsread('F0019CH1_alt.xlsx','L307:L2483');
t = xlsread('F0019CH1_alt.xlsx','A307:A2483');
t0=t-0.646;
L = length(x);
N = 2^nextpow2(L);
x_f = fft(x,N)/L;
Fs=1/(t(2)-t(1));
f = (Fs/2)*linspace(0,1,N/2+1);
x_f = abs(x_f(1:N/2+1));
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,x)
subplot(2,1,2)
semilogy(f,(abs(x_f(1:length(f))))))
pause
figure(2)
Hs=spectrum.periodogram('Hamming');
psd(Hs,x,'Fs',Fs)

```

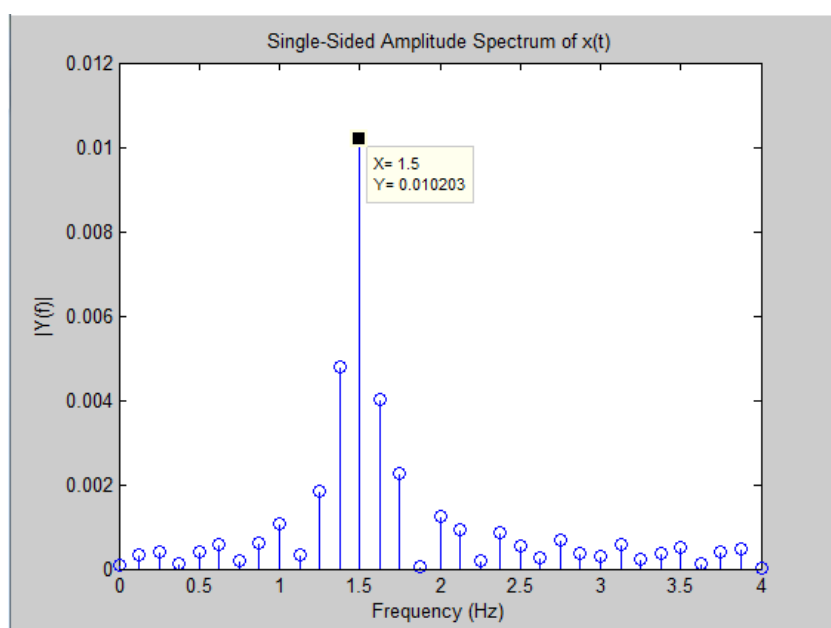
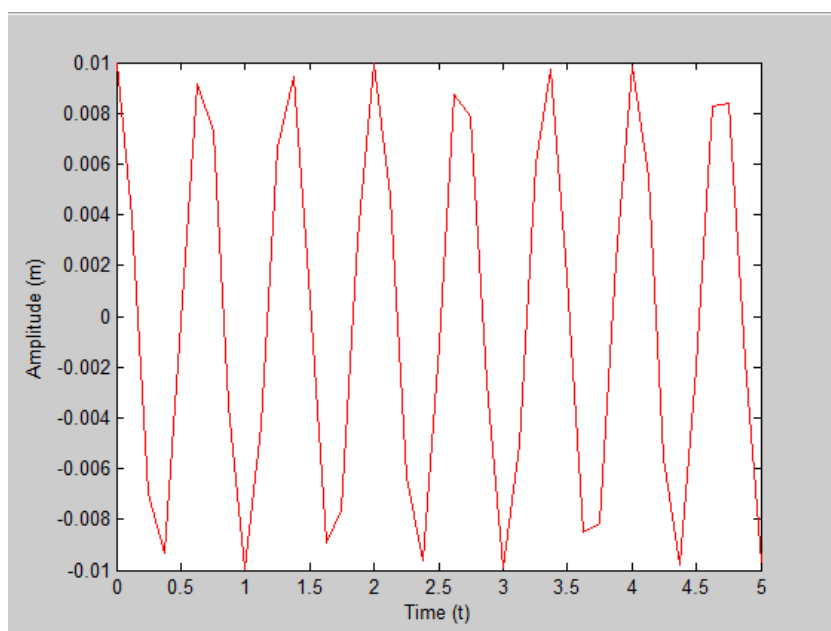
ANEXO C – GRÁFICOS DOS ESPETROS

MEDIDOS

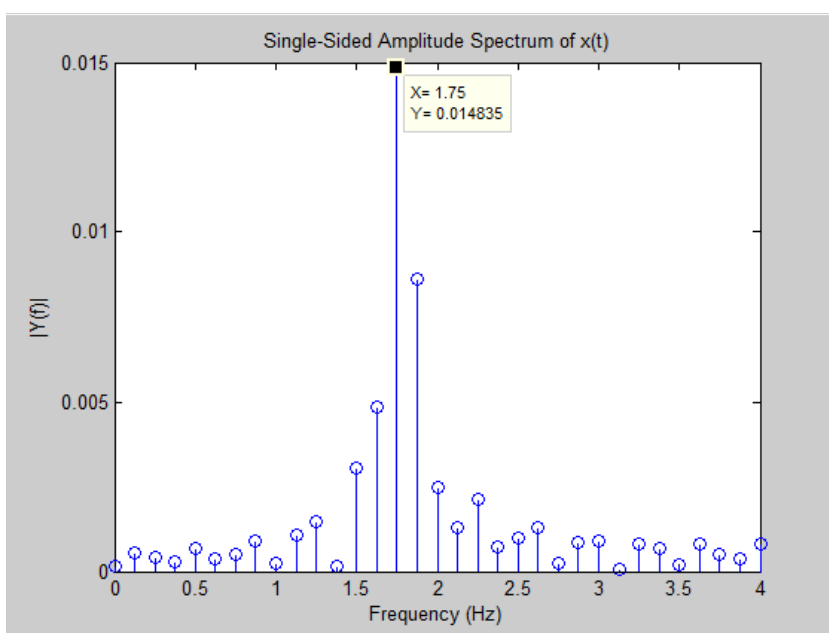
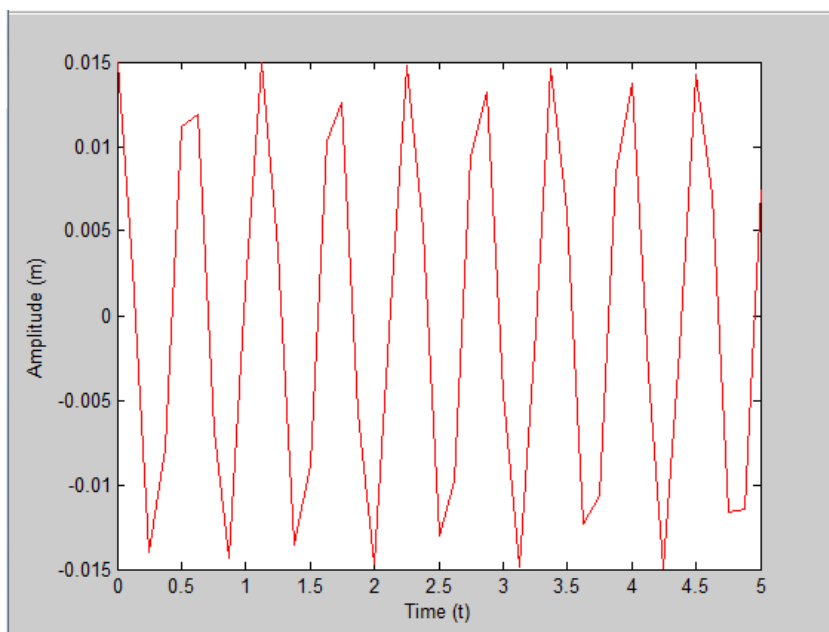
Gráficos de Posição Vs Gráficos da FFT Obtidos Através das Medições Efetuadas a Partir do Gerador de Ondas para um Regime de Rotações do Motor a 5%



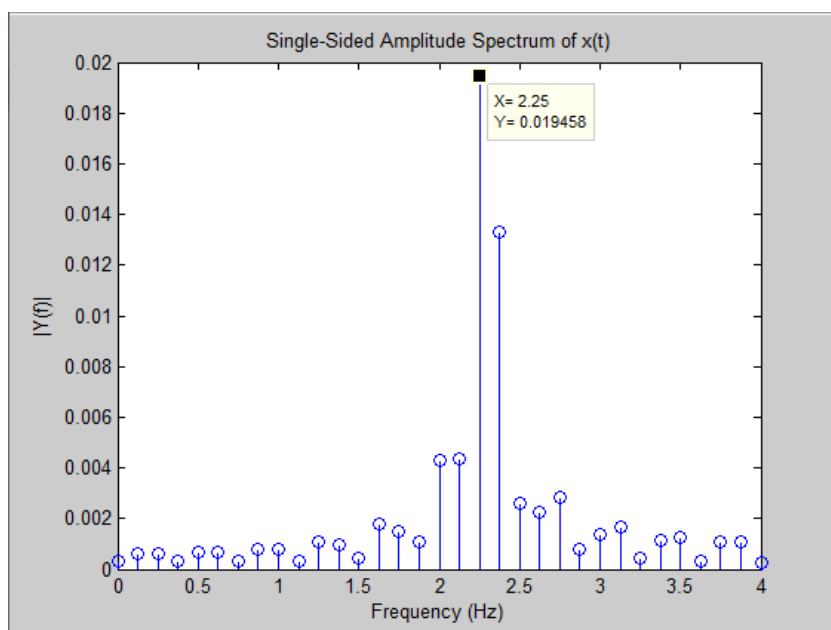
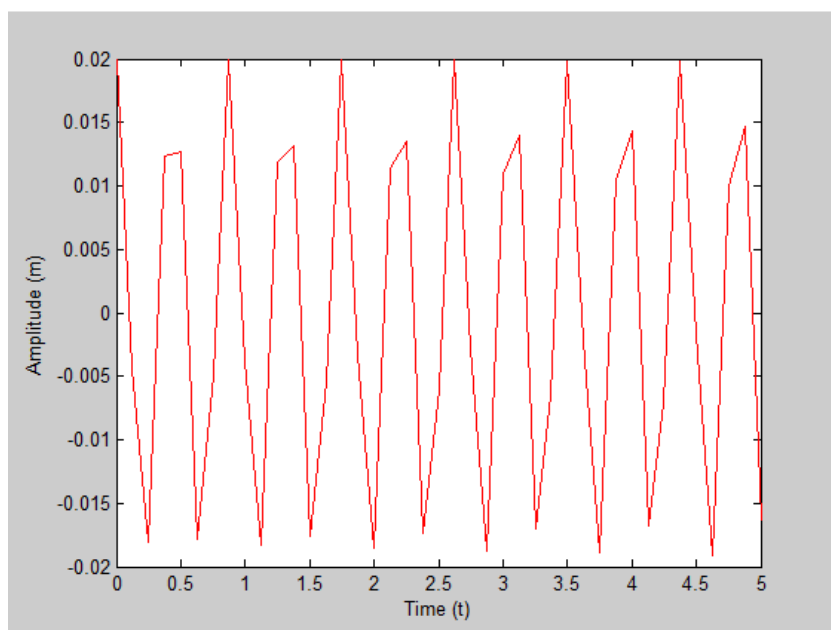
Gráficos de Posição Vs Gráficos da FFT Obtidos Através das Medições Efetuadas a Partir do Gerador de Ondas para um Regime de Rotações do Motor a 25%



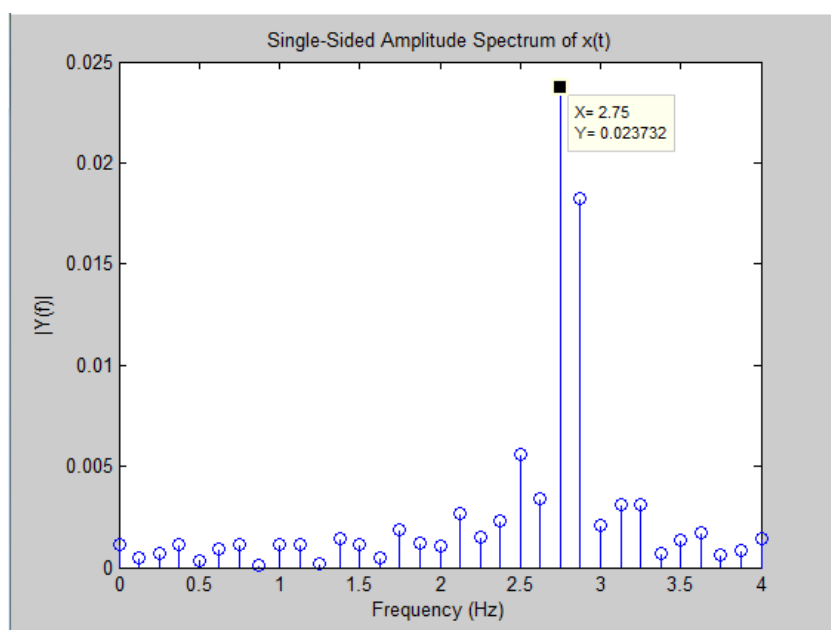
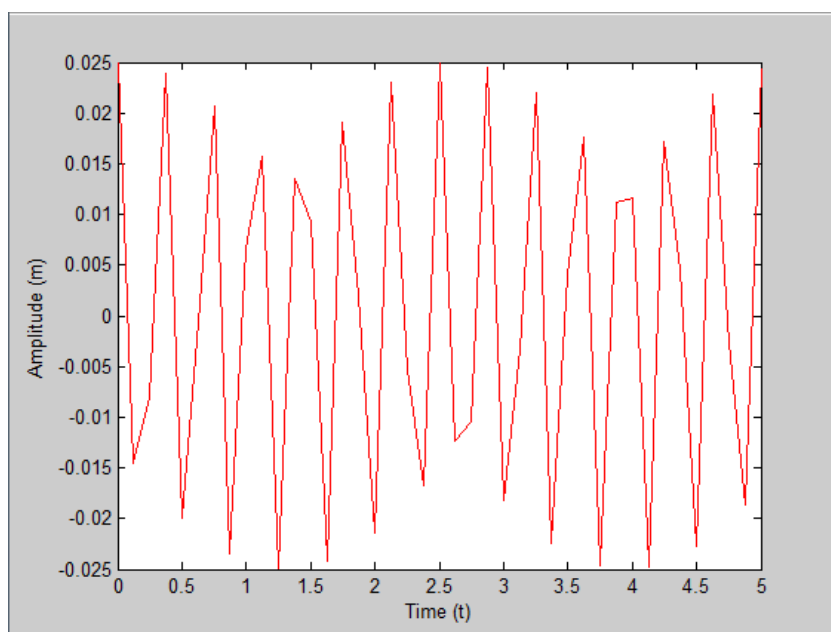
Gráficos de Posição Vs Gráficos da FFT Obtidos Através das Medições Efetuadas a Partir do Gerador de Ondas para um Regime de Rotações do Motor a 50%



Gráficos de Posição Vs Gráficos da FFT Obtidos Através das Medições Efetuadas a Partir do Gerador de Ondas para um Regime de Rotações do Motor a 75%

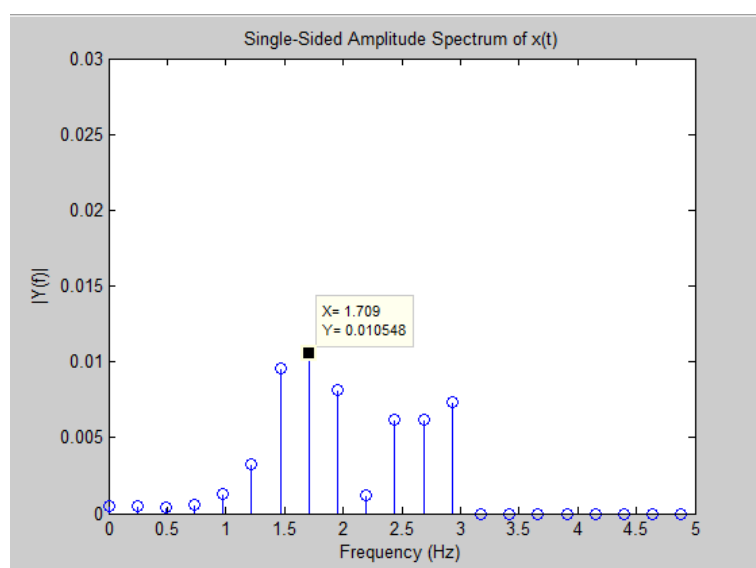
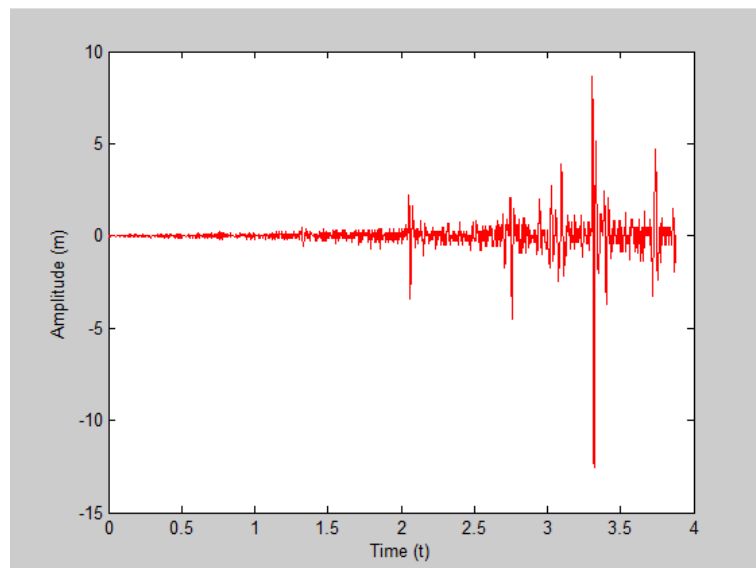
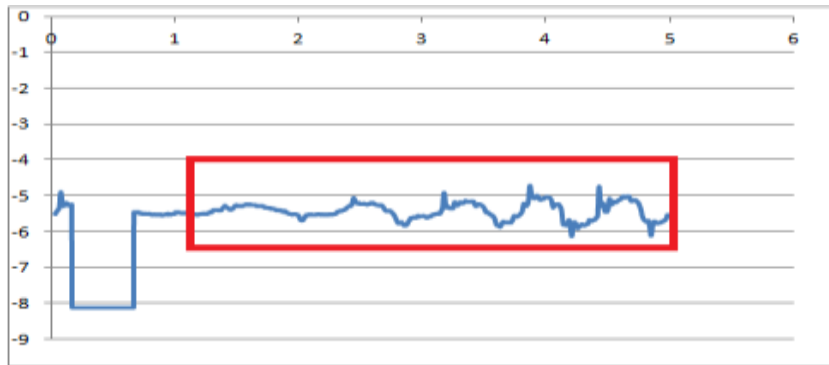


Gráficos de Posição Vs Gráficos da FFT Obtidos Através das Medições Efetuadas a Partir do Gerador de Ondas para um Regime de Rotações do Motor a 100%



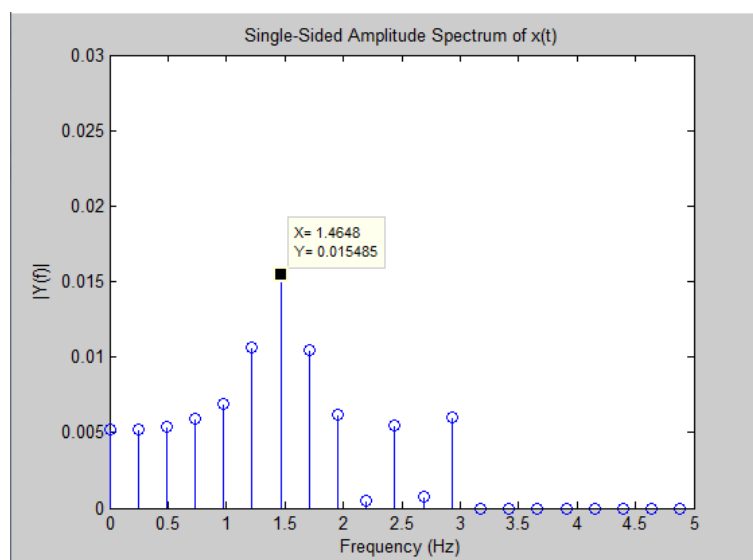
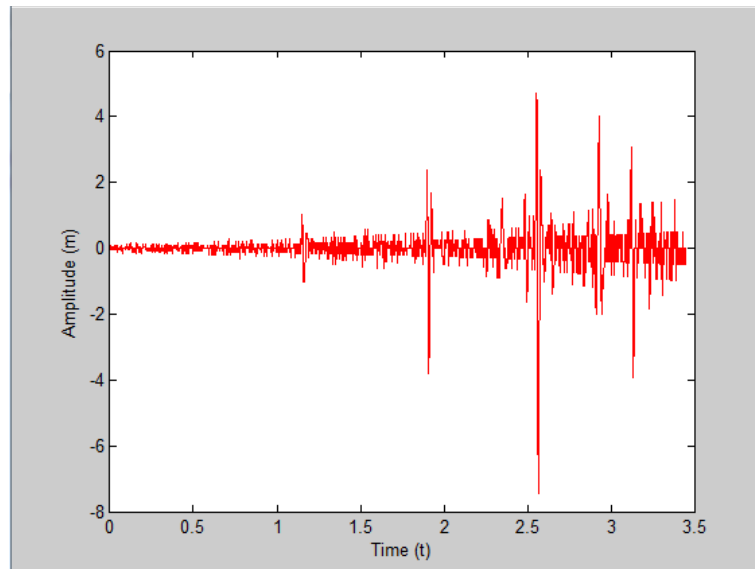
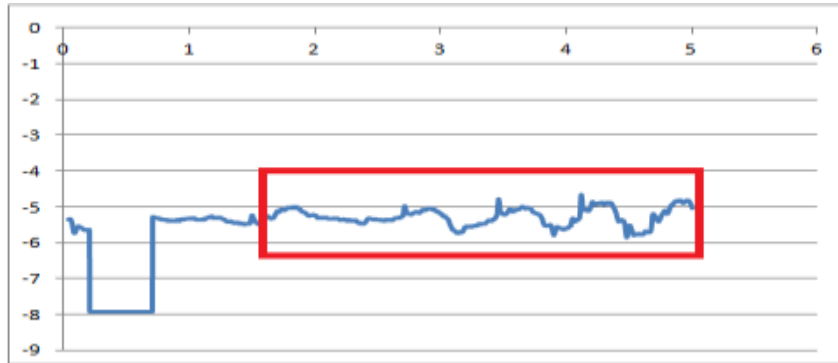
Gráficos de Aceleração Vs Gráficos de Posição Vs Gráficos da FFT Obtidos Através das Medições Efetuadas da Boia mais o Sensor para um Regime de Rotações do Motor a 5% – 1ª

Medição

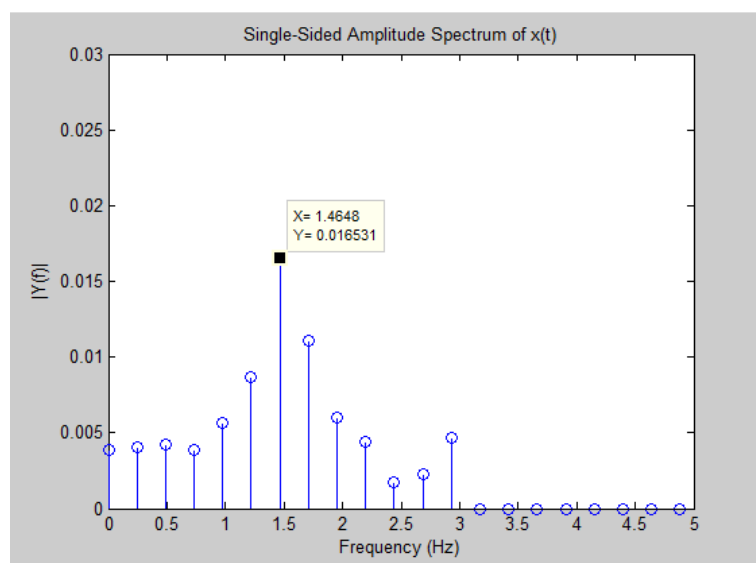
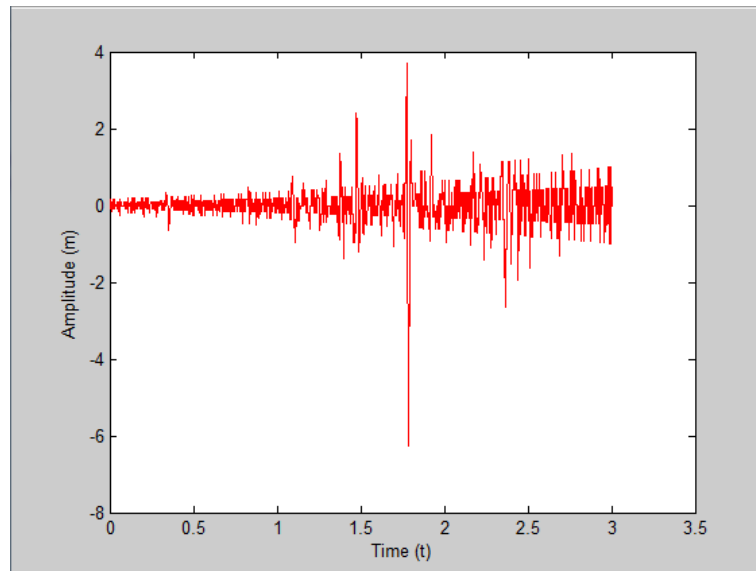
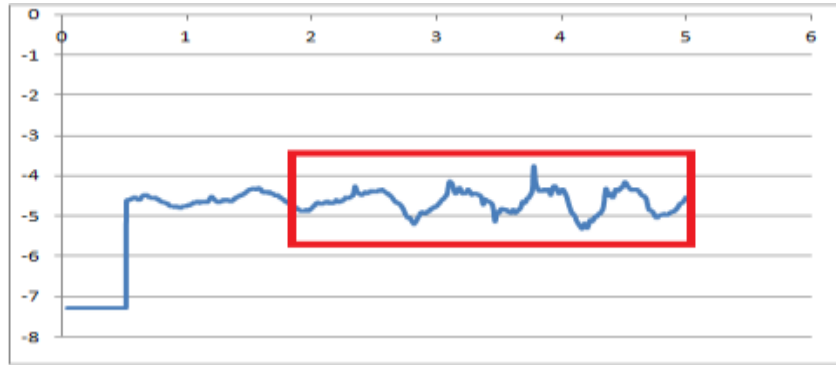


**Gráficos de Aceleração Vs Gráficos de Posição Vs Gráficos da
FFT Obtidos Através das Medições Efetuadas da Boia mais o
Sensor para um Regime de Rotações do Motor a 5% – 2ª**

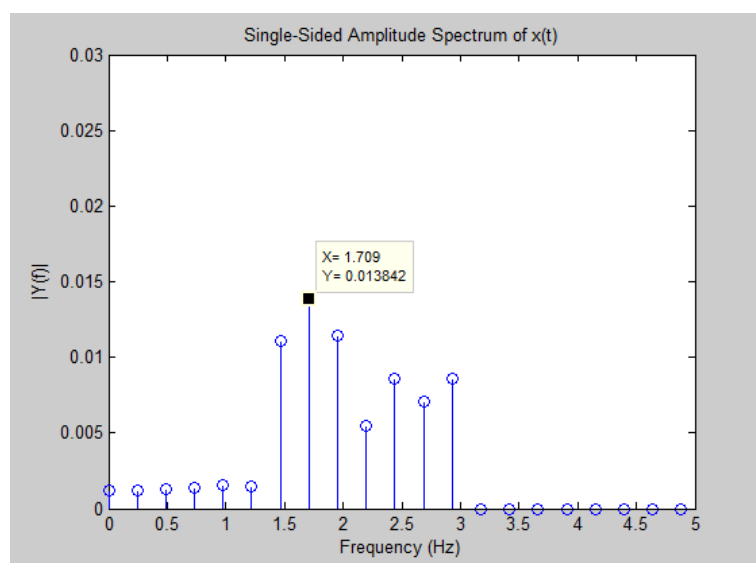
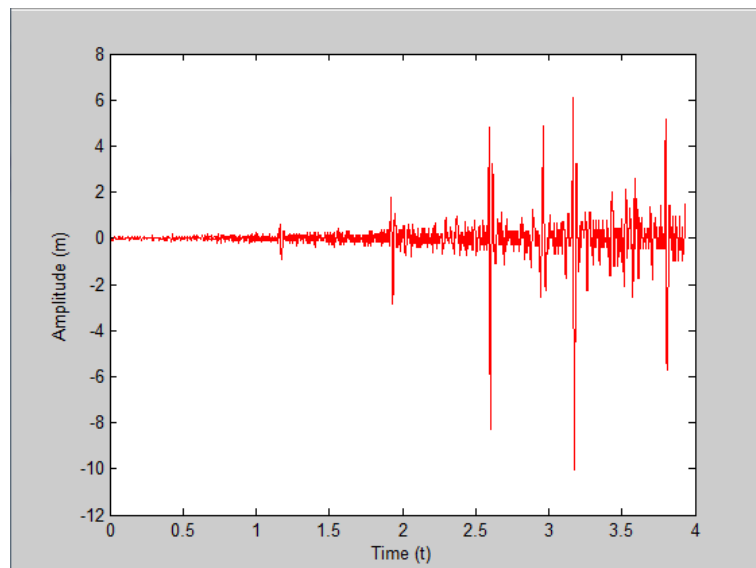
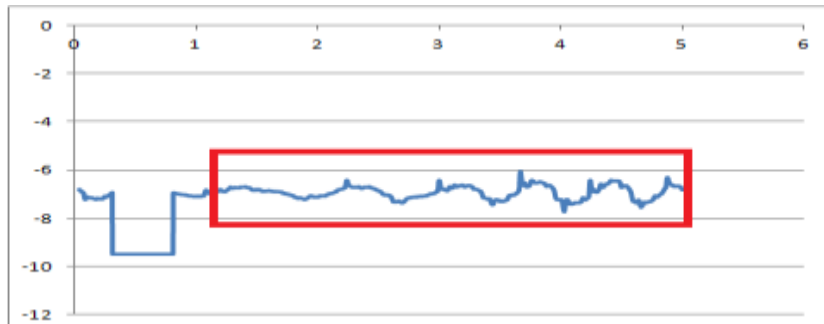
Medição



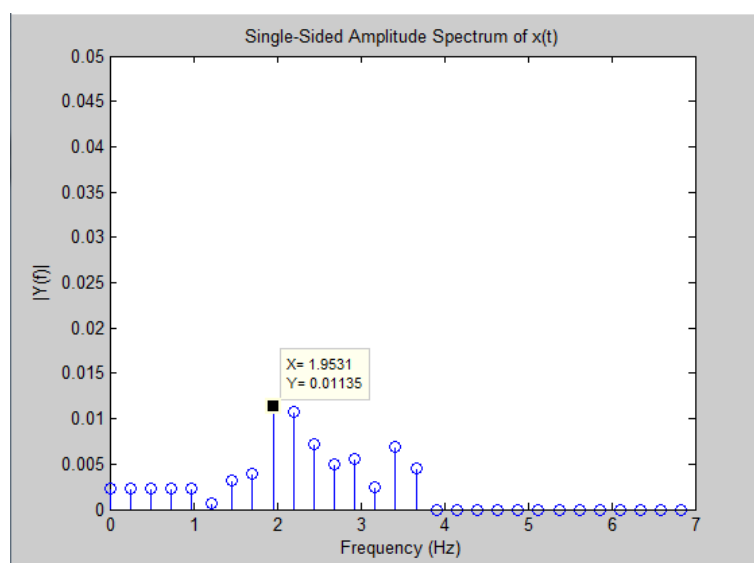
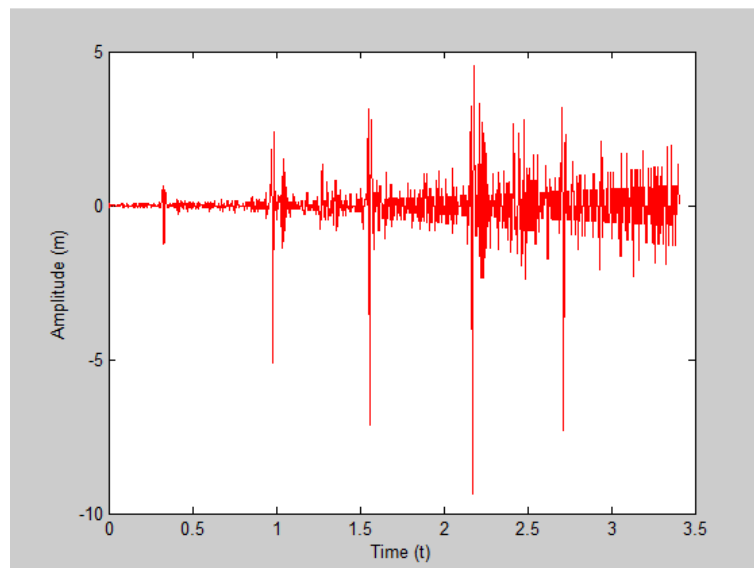
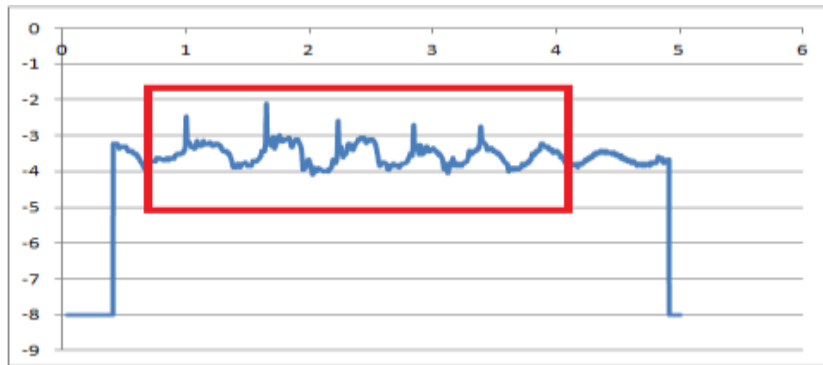
**Gráficos de Aceleração Vs Gráficos de Posição Vs Gráficos da
FFT Obtidos Através das Medições Efetuadas da Boia mais o
Sensor para um Regime de Rotações do Motor a 25% – 1ª
Medição**



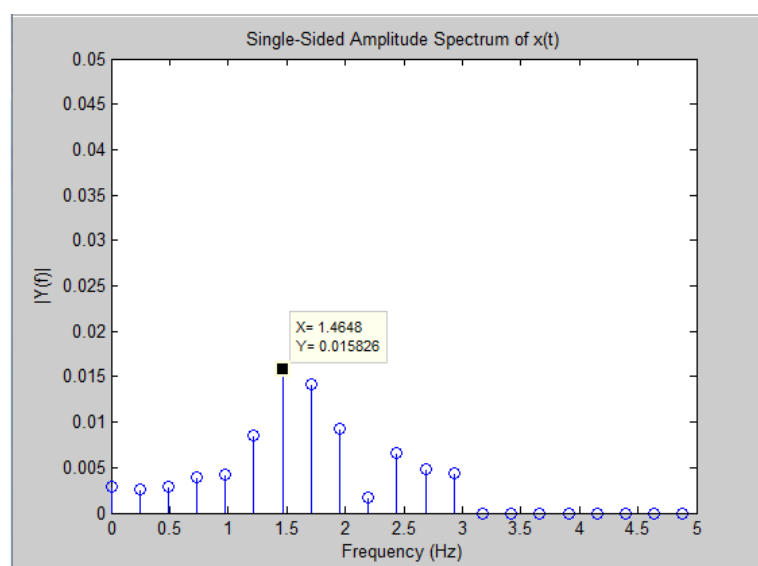
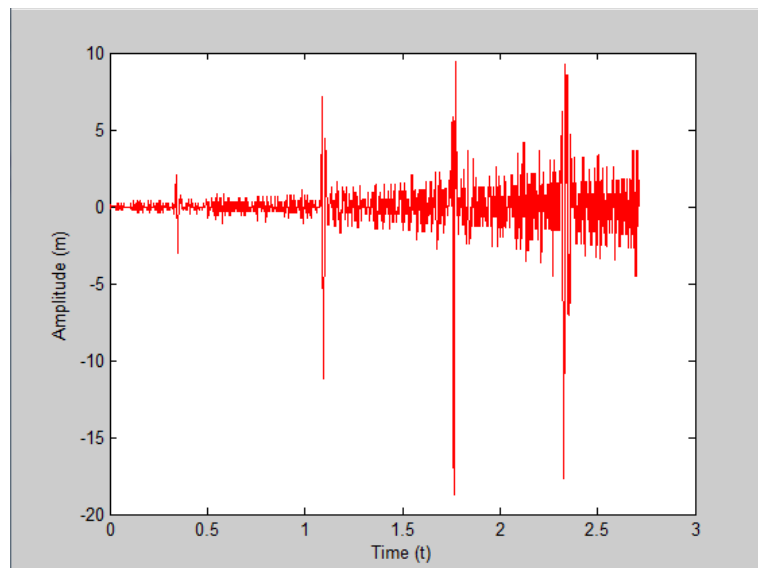
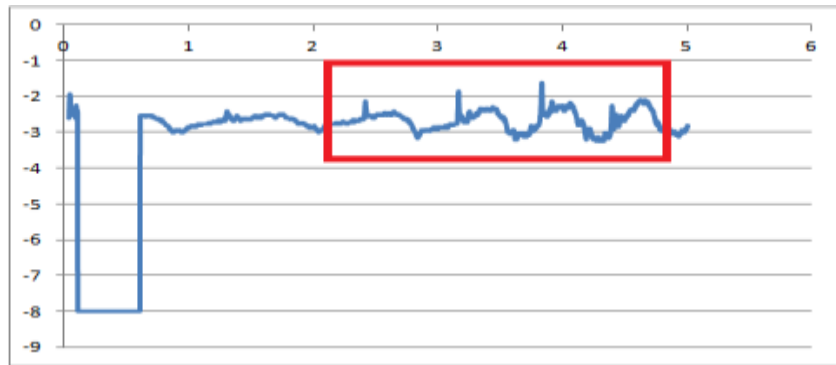
**Gráficos de Aceleração Vs Gráficos de Posição Vs Gráficos da
FFT Obtidos Através das Medições Efetuadas da Boia mais o
Sensor para um Regime de Rotações do Motor a 25% – 2ª
Medição**



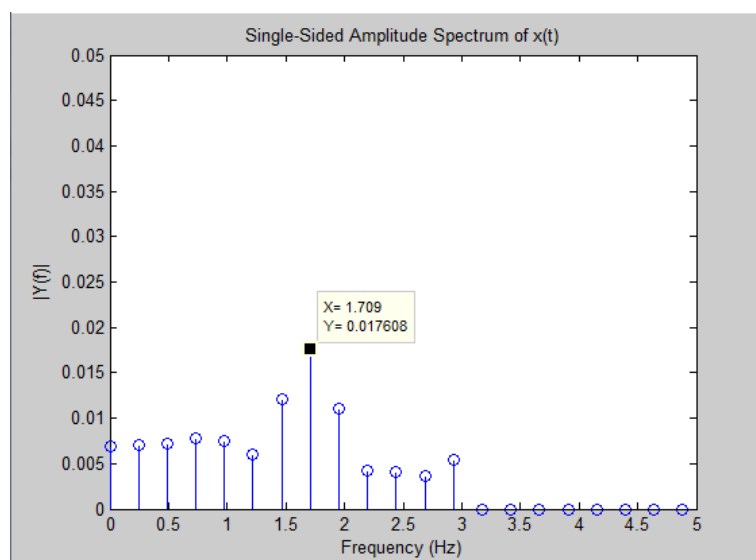
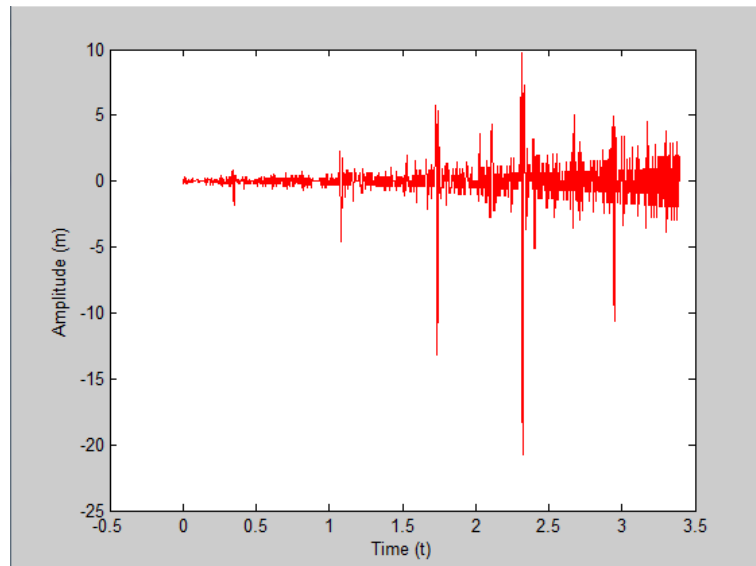
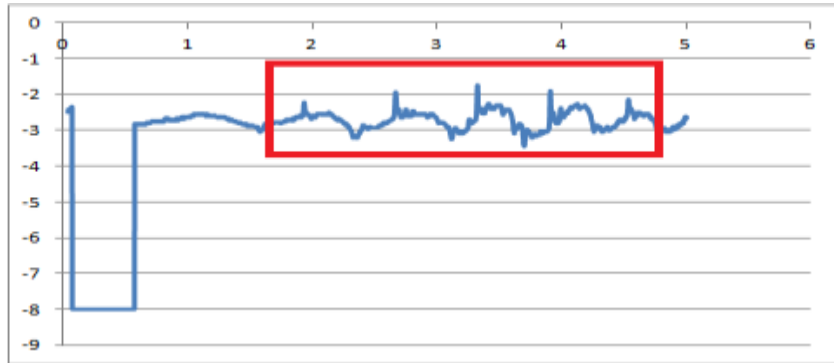
**Gráficos de Aceleração Vs Gráficos de Posição Vs Gráficos da
FFT Obtidos Através das Medições Efetuadas da Boia mais o
Sensor para um Regime de Rotações do Motor a 50% – 1ª
Medição**



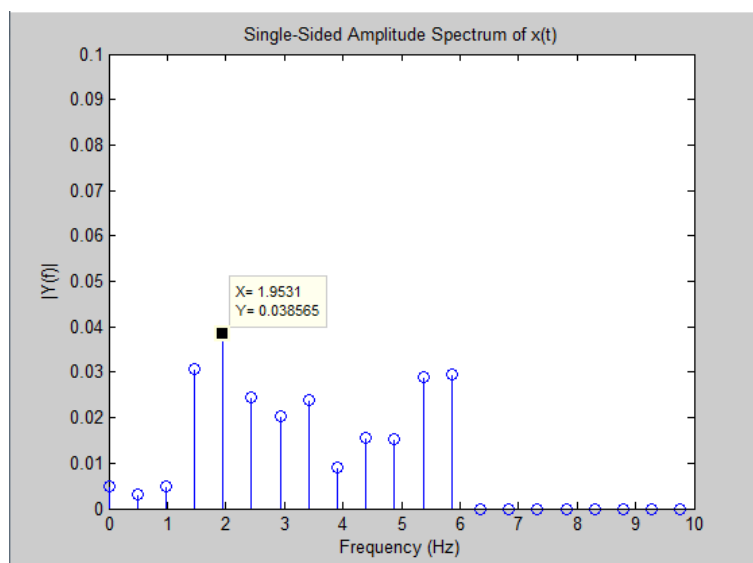
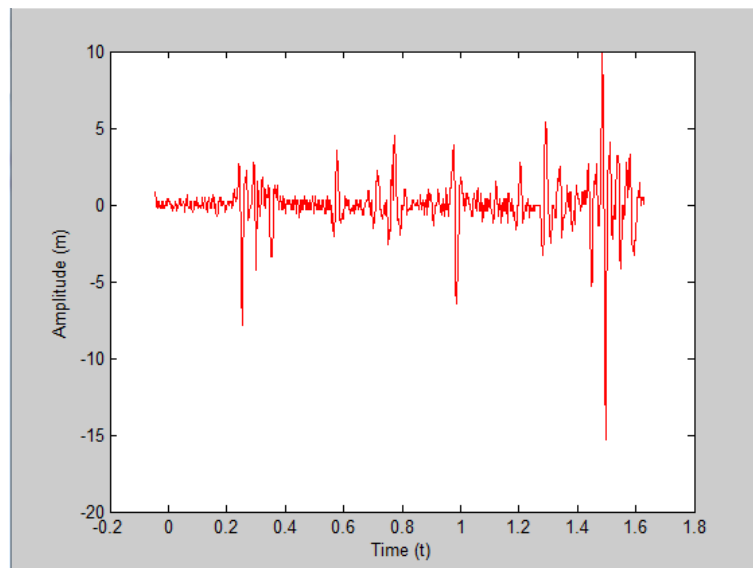
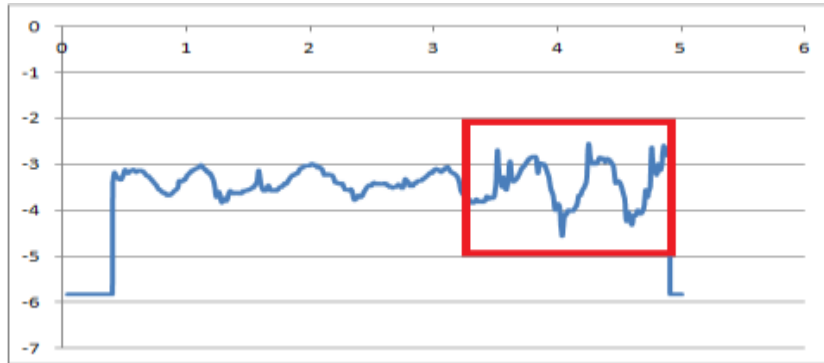
**Gráficos de Aceleração Vs Gráficos de Posição Vs Gráficos da
FFT Obtidos Através das Medições Efetuadas da Boia mais o
Sensor para um Regime de Rotações do Motor a 50% – 2ª
Medição**



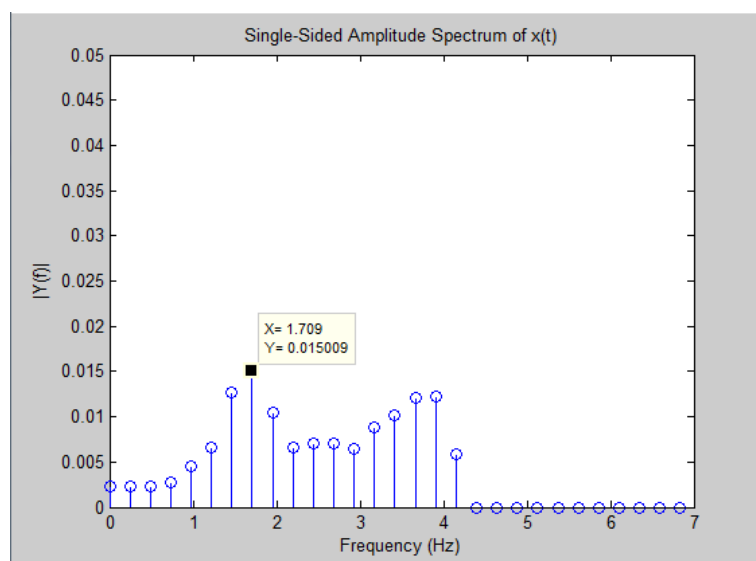
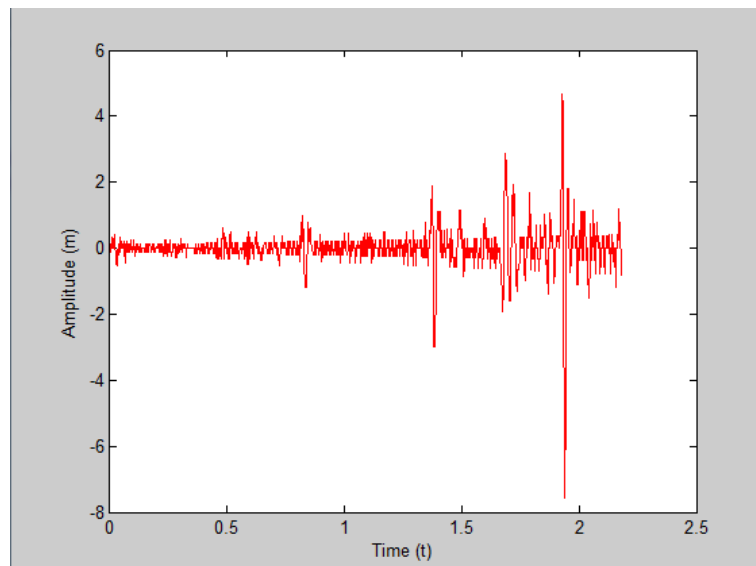
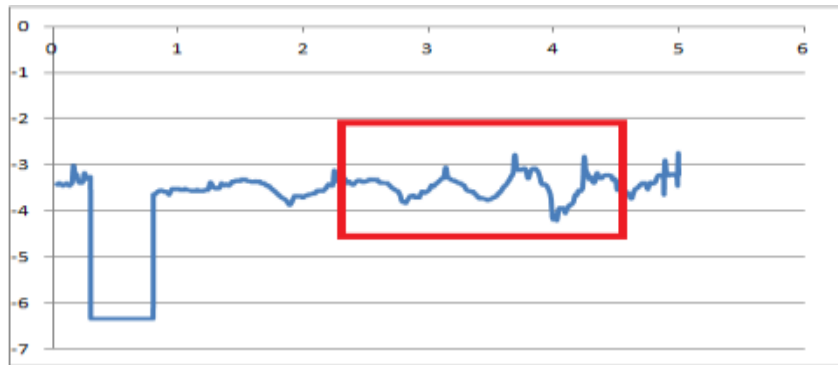
**Gráficos de Aceleração Vs Gráficos de Posição Vs Gráficos da
FFT Obtidos Através das Medições Efetuadas da Boia mais o
Sensor para um Regime de Rotações do Motor a 50% – 3ª
Medição**



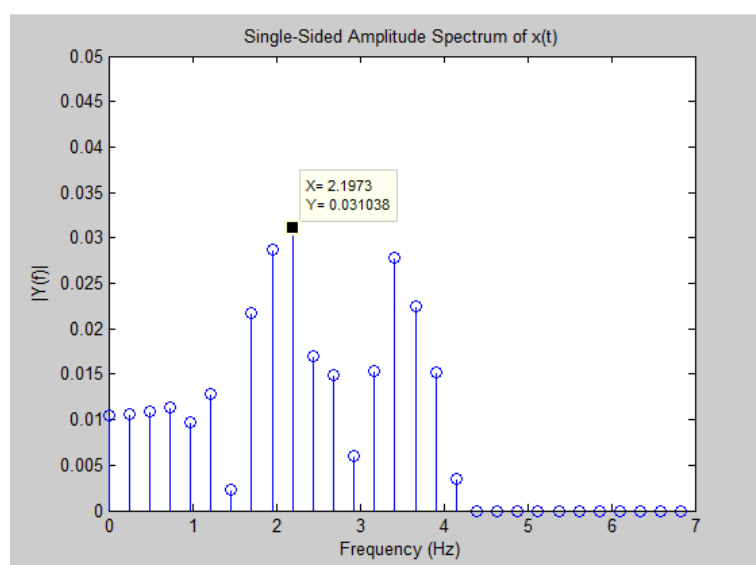
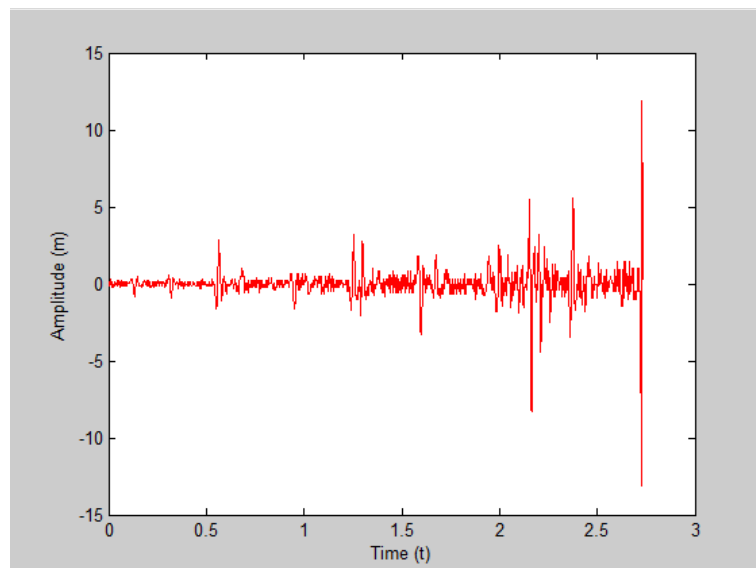
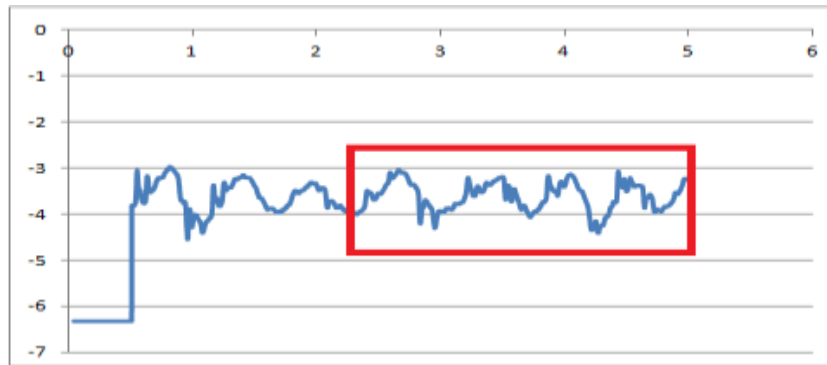
**Gráficos de Aceleração Vs Gráficos de Posição Vs Gráficos da
FFT Obtidos Através das Medições Efetuadas da Boia mais o
Sensor para um Regime de Rotações do Motor a 75% – 1ª
Medição**



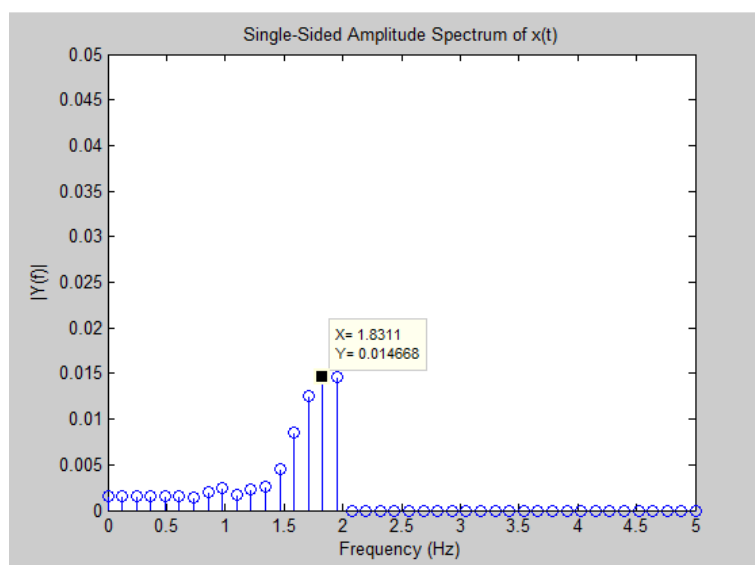
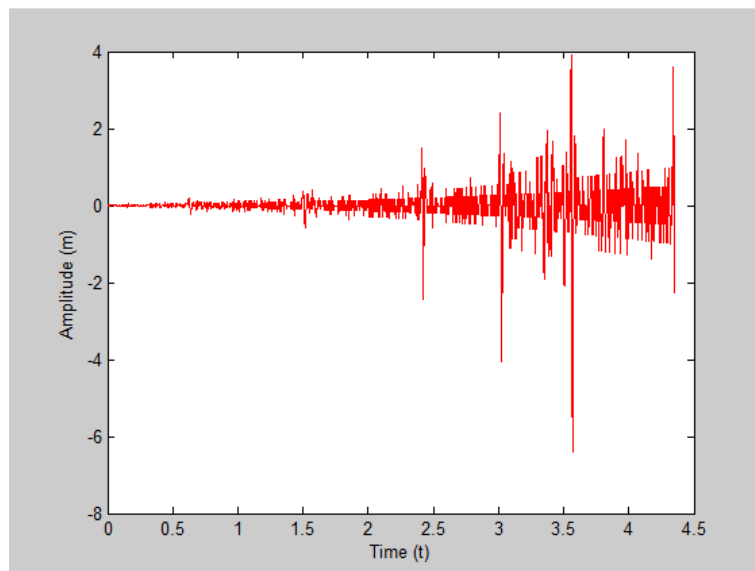
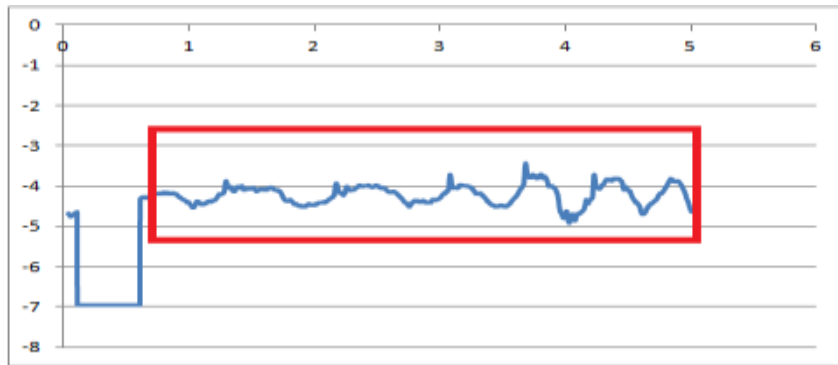
**Gráficos de Aceleração Vs Gráficos de Posição Vs Gráficos da
FFT Obtidos Através das Medições Efetuadas da Boia mais o
Sensor para um Regime de Rotações do Motor a 100% – 1ª
Medição**



**Gráficos de Aceleração Vs Gráficos de Posição Vs Gráficos da
FFT Obtidos Através das Medições Efetuadas da Boia mais o
Sensor para um Regime de Rotações do Motor a 100% – 2ª
Medição**



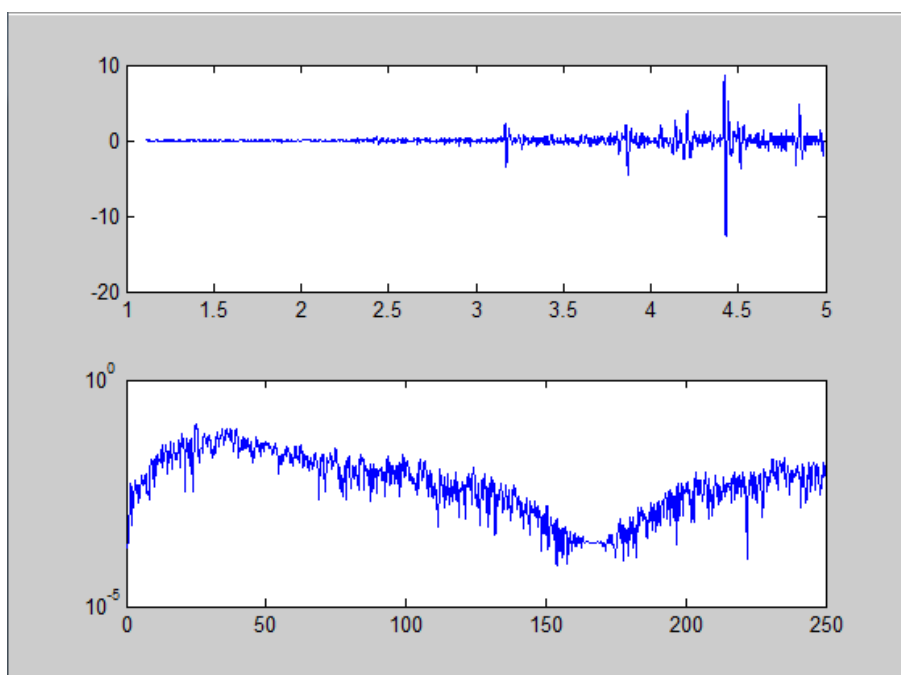
**Gráficos de Aceleração Vs Gráficos de Posição Vs Gráficos da
FFT Obtidos Através das Medições Efetuadas da Boia mais o
Sensor para um Regime de Rotações do Motor a 100% – 3ª
Medição**



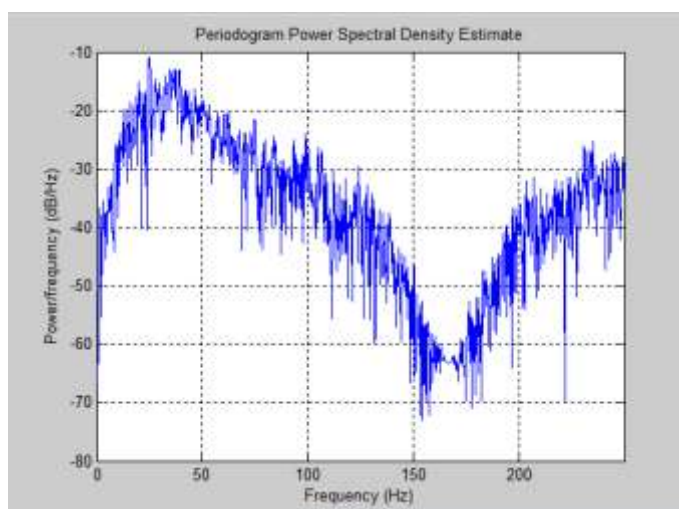
ANEXO D – GRÁFICOS DE DENSIDADE ESPETRAL

**Gráficos Obtidos Através das Medições Efetuadas da Boia mais
o Sensor para um Regime de Rotações do Motor a 5% – 1ª**

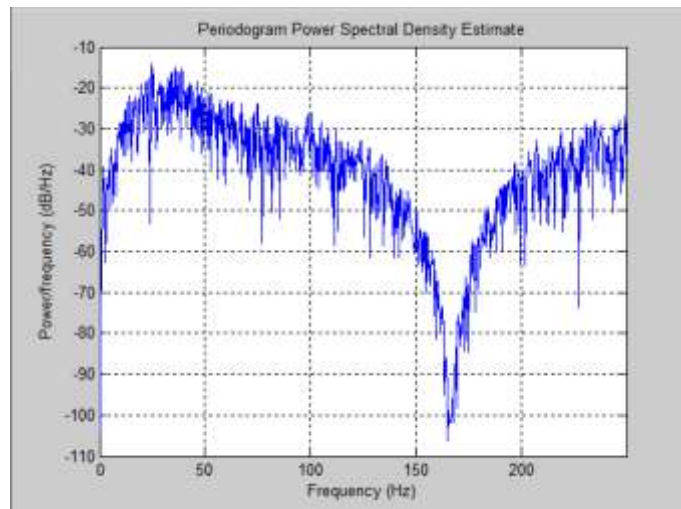
Medição: Passagem para Escala Logarítmica



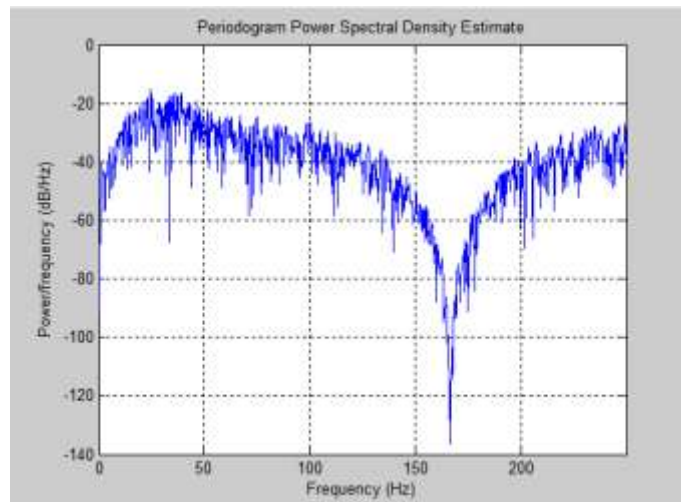
Aplicação da Janela Retangular



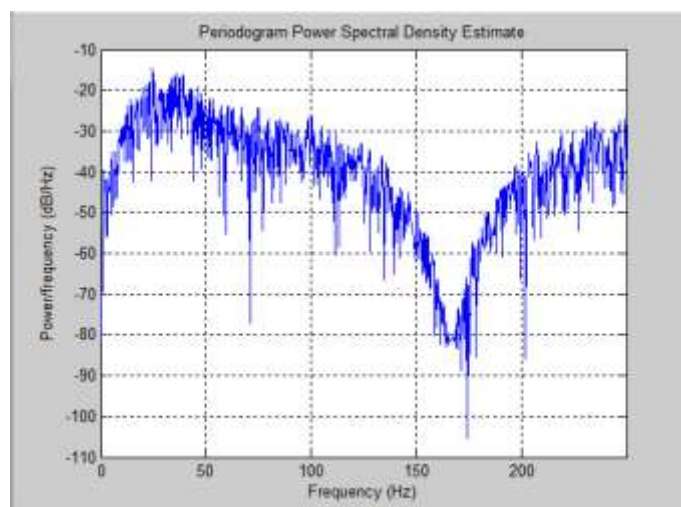
Aplicação da Janela Triangular



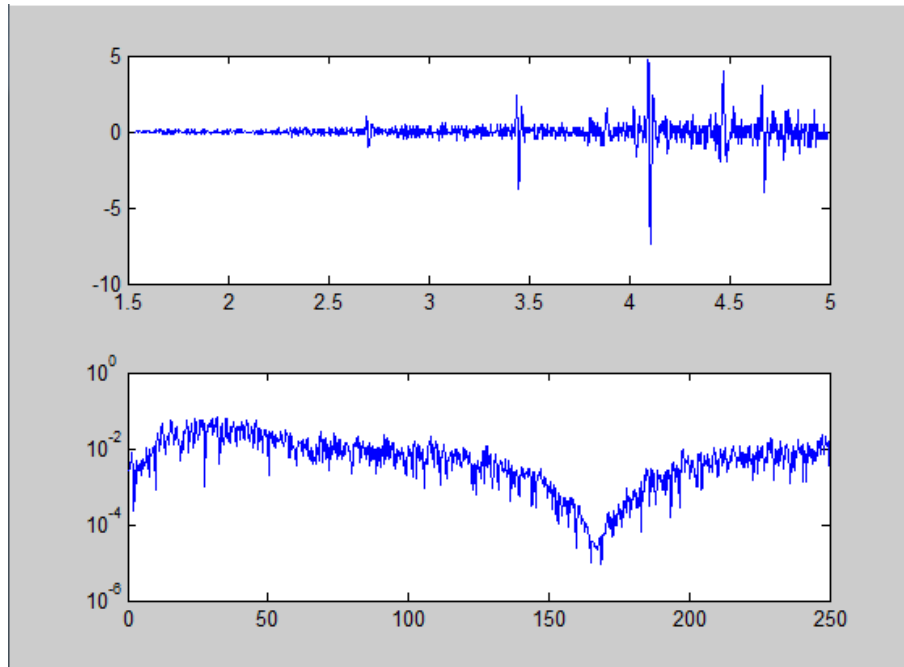
Aplicação da Janela de Hanning



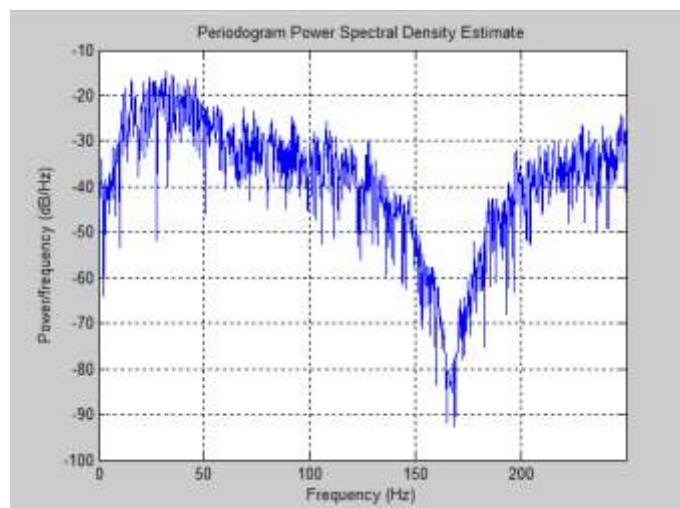
Aplicação da Janela de Hamming



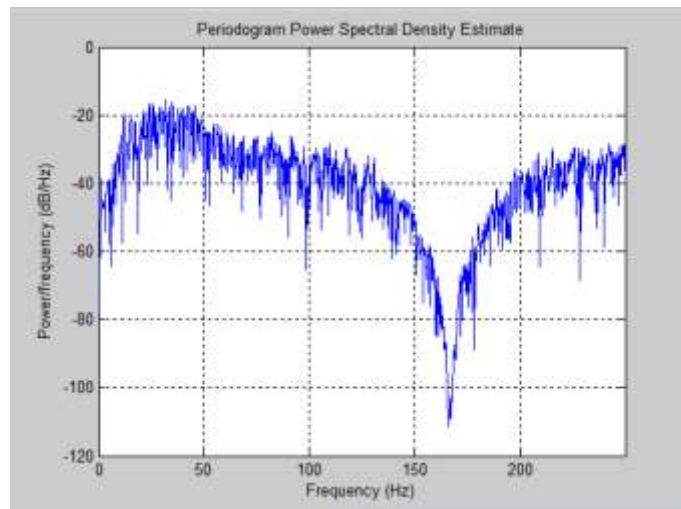
**Gráficos Obtidos Através das Medições Efetuadas da Boia mais
o Sensor para um Regime de Rotações do Motor a 5% – 2ª
Medição: Passagem para Escala Logarítmica**



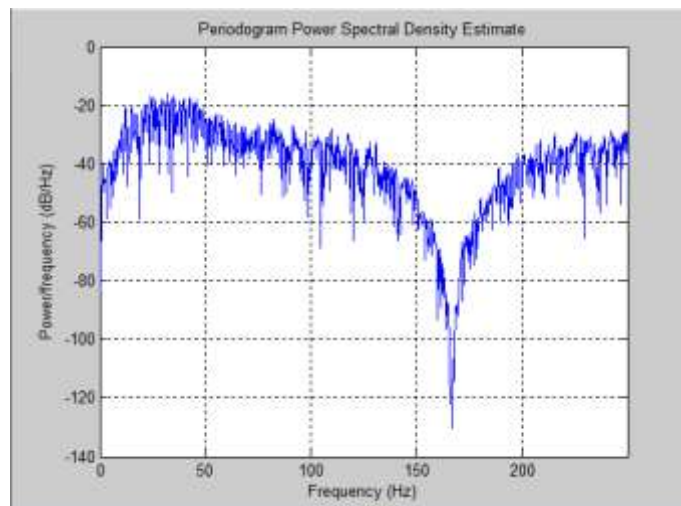
Aplicação da Janela Retangular



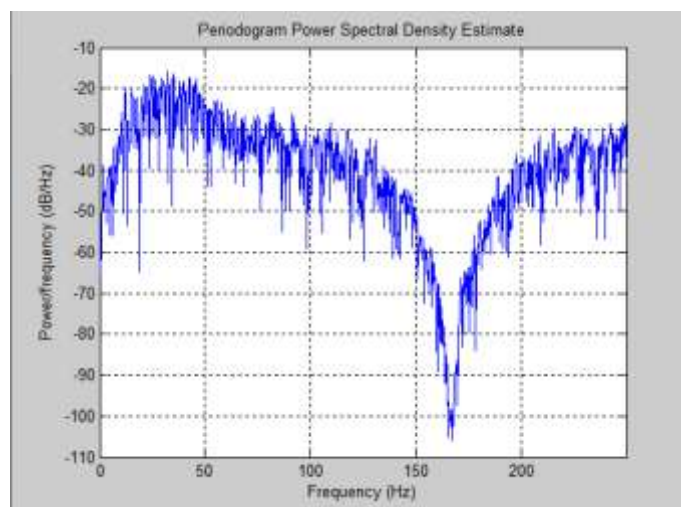
Aplicação da Janela Triangular



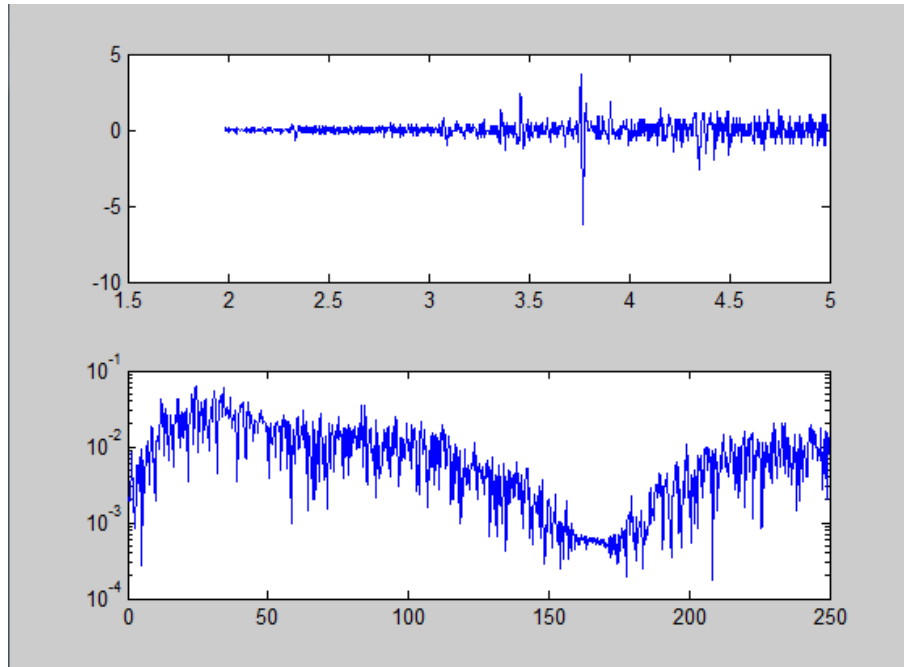
Aplicação da Janela de Hanning



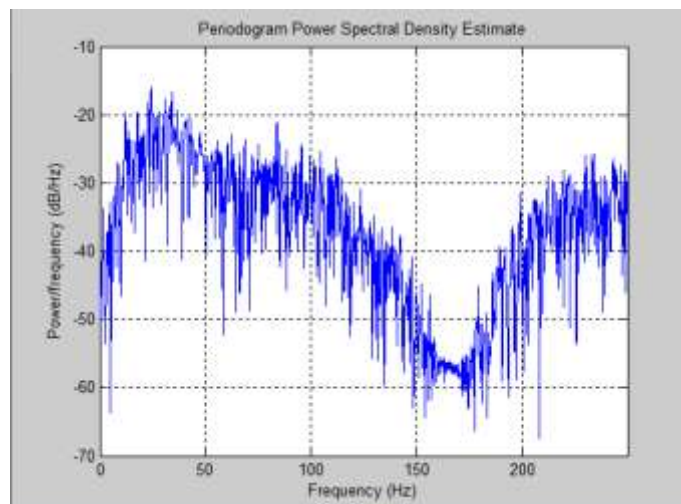
Aplicação da Janela de Hamming



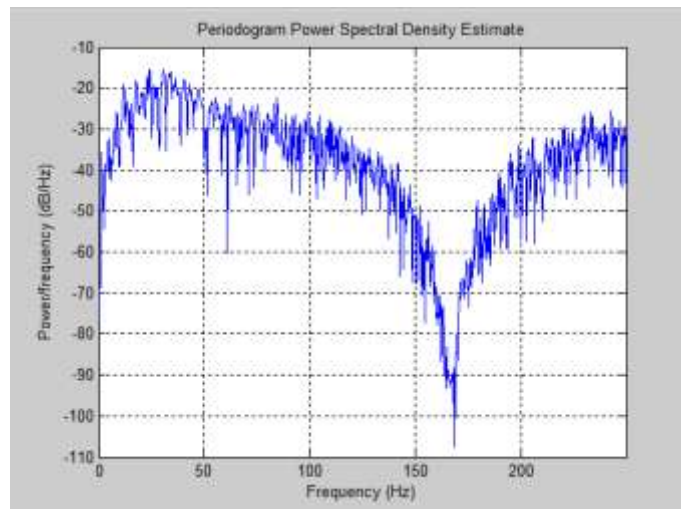
**Gráficos Obtidos Através das Medições Efetuadas da Boia mais
o Sensor para um Regime de Rotações do Motor a 25% – 1ª
Medição: Passagem para Escala Logarítmica**



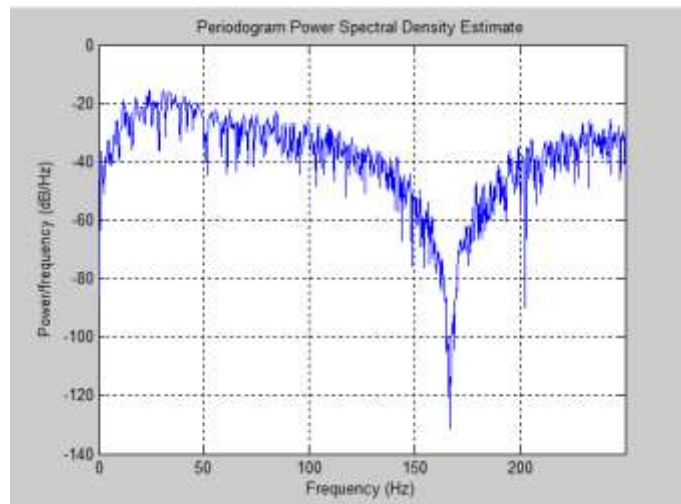
Aplicação da Janela Retangular



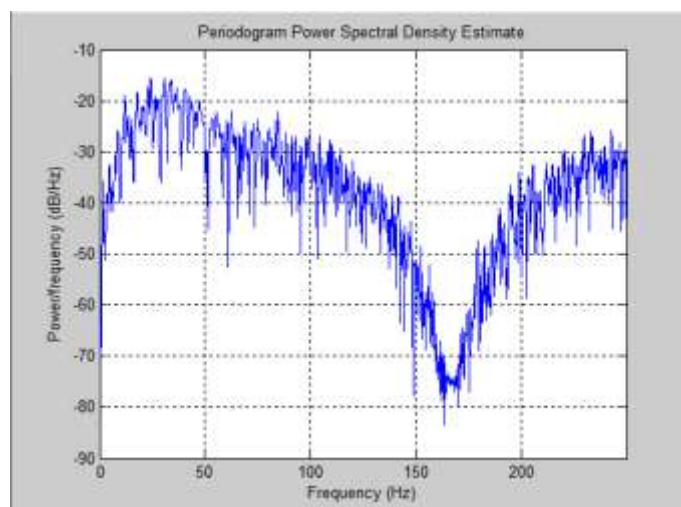
Aplicação da Janela Triangular



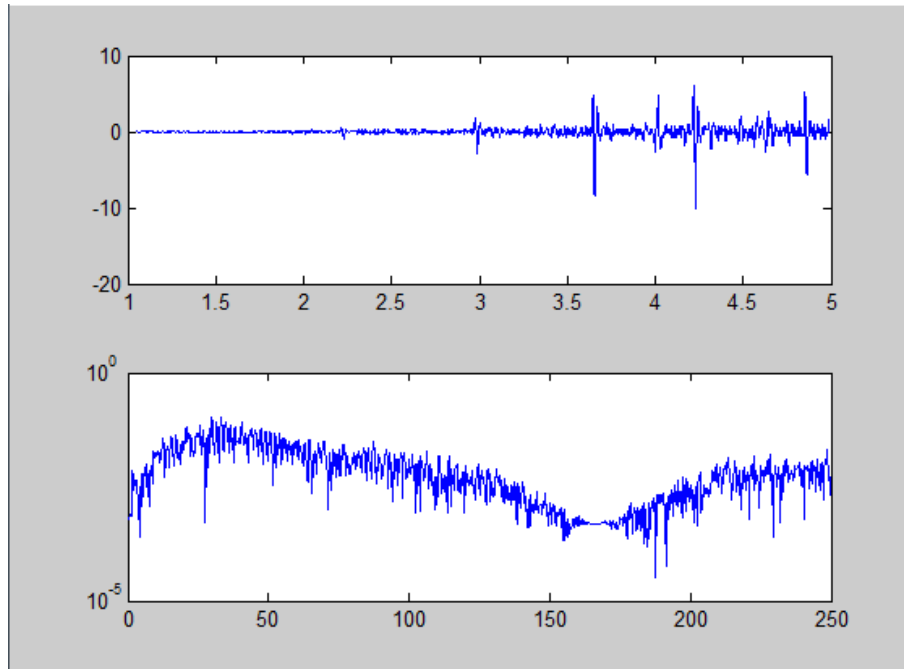
Aplicação da Janela de Hanning



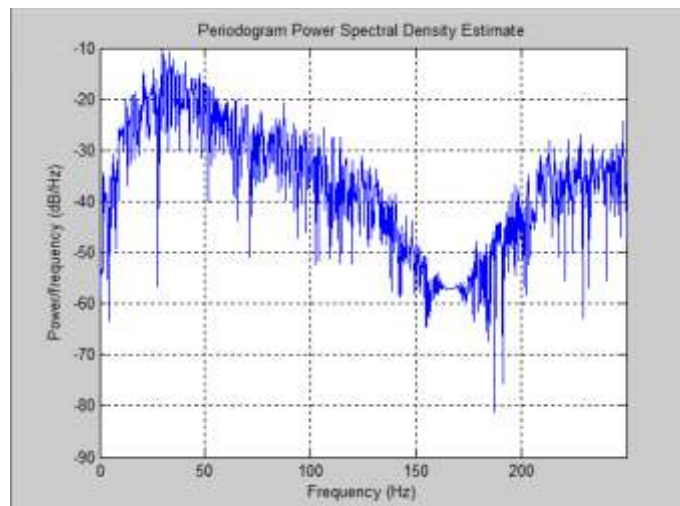
Aplicação da Janela de Hamming



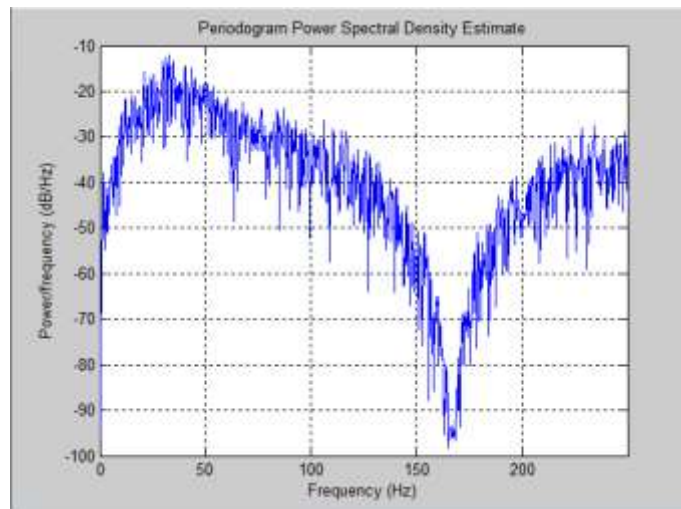
**Gráficos Obtidos Através das Medições Efetuadas da Boia mais
o Sensor para um Regime de Rotações do Motor a 25% – 2ª
Medição: Passagem para Escala Logarítmica**



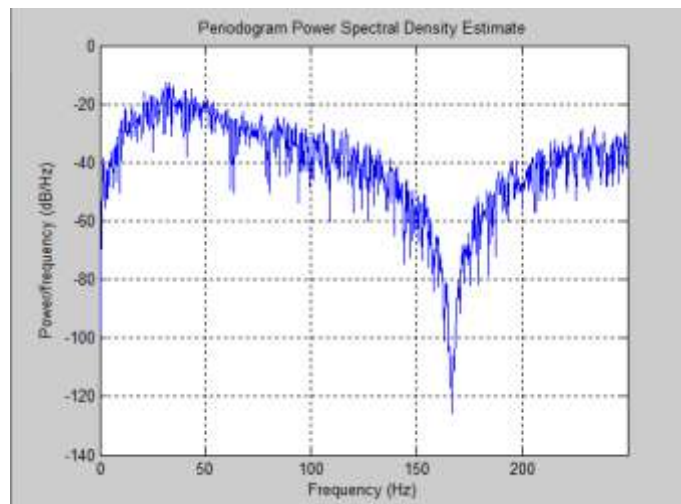
Aplicação da Janela Retangular



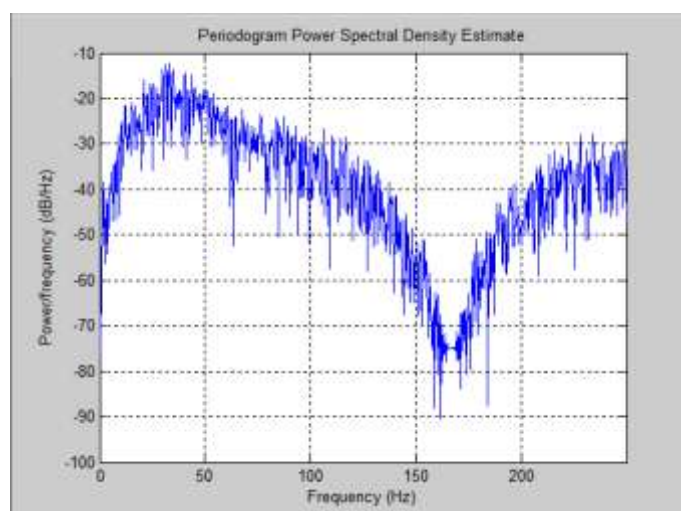
Aplicação da Janela Triangular



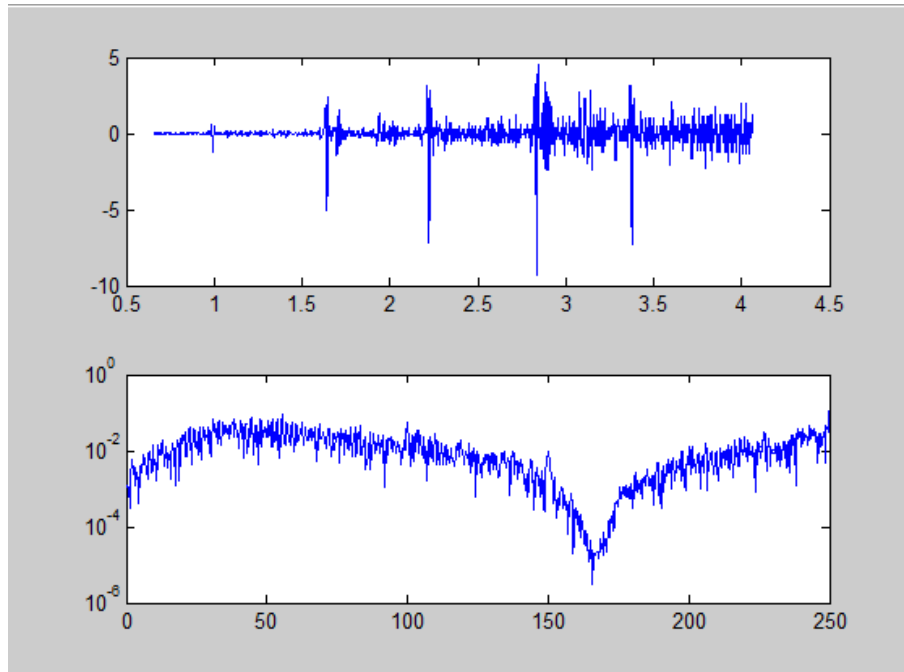
Aplicação da Janela de Hanning



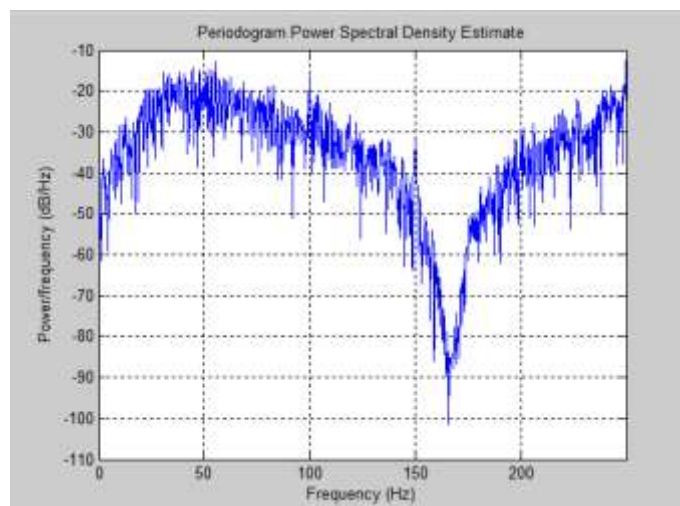
Aplicação da Janela de Hamming



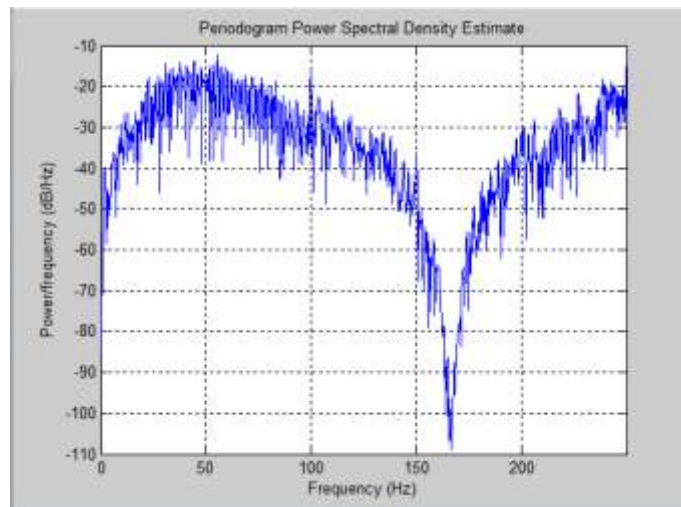
**Gráficos Obtidos Através das Medições Efetuadas da Boia mais
o Sensor para um Regime de Rotações do Motor a 50% – 1ª
Medição: Passagem para Escala Logarítmica**



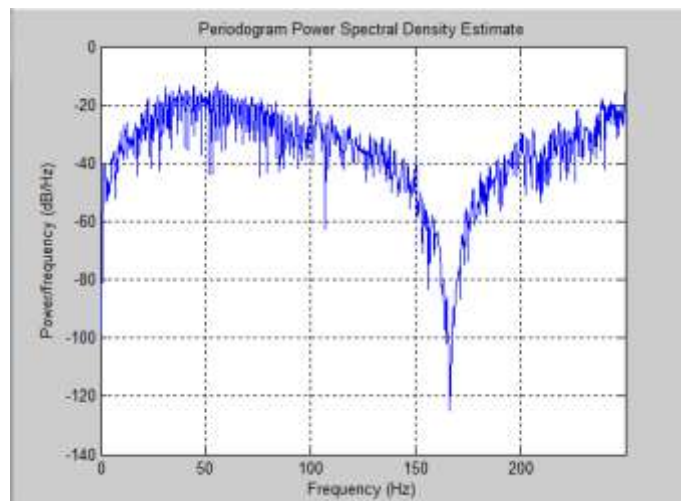
Aplicação da Janela Retangular



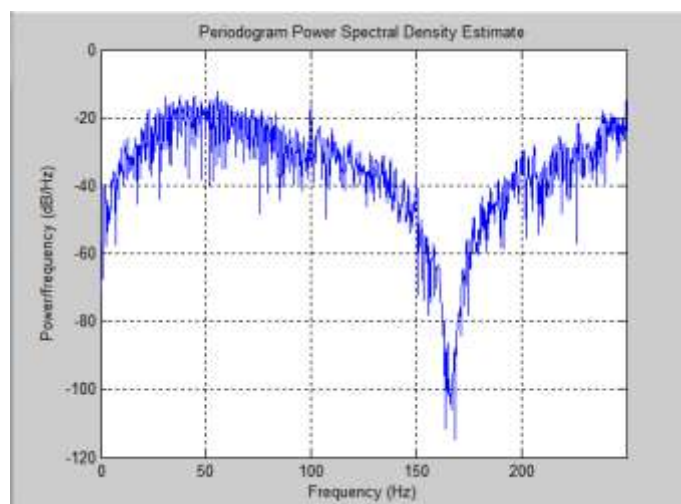
Aplicação da Janela Triangular



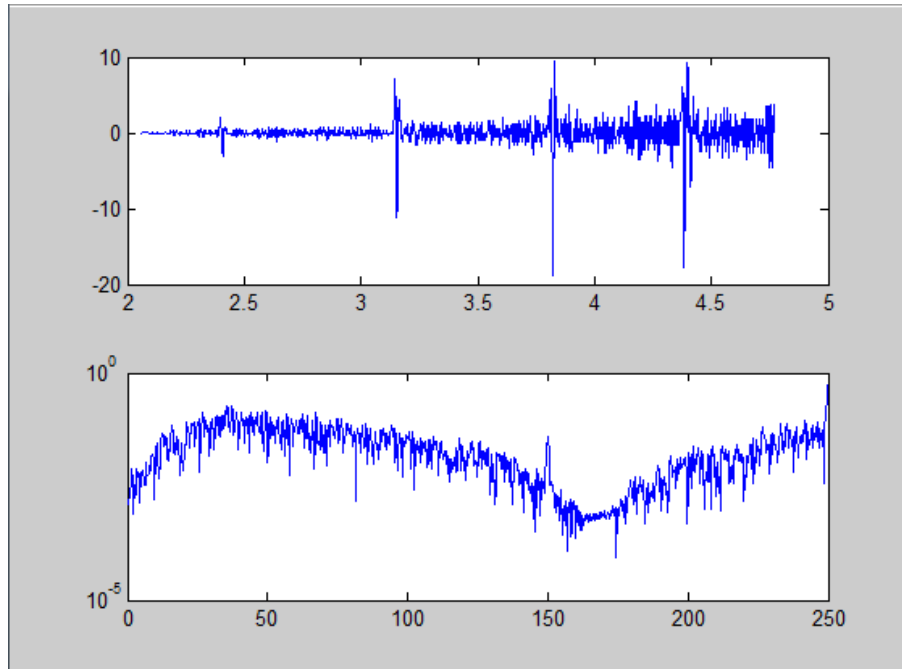
Aplicação da Janela de Hanning



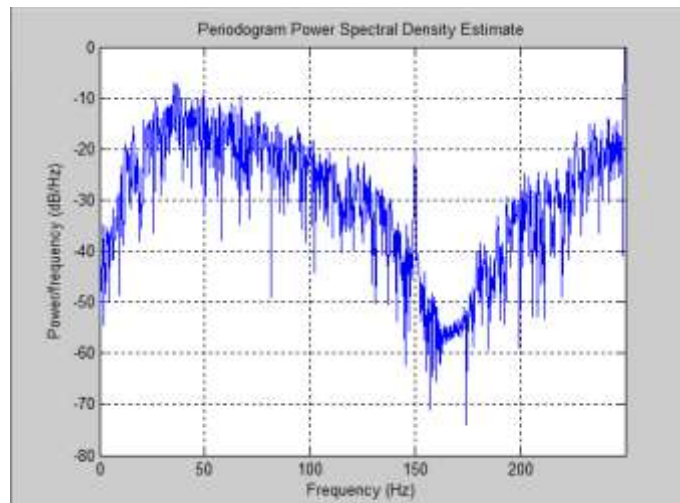
Aplicação da Janela de Hamming



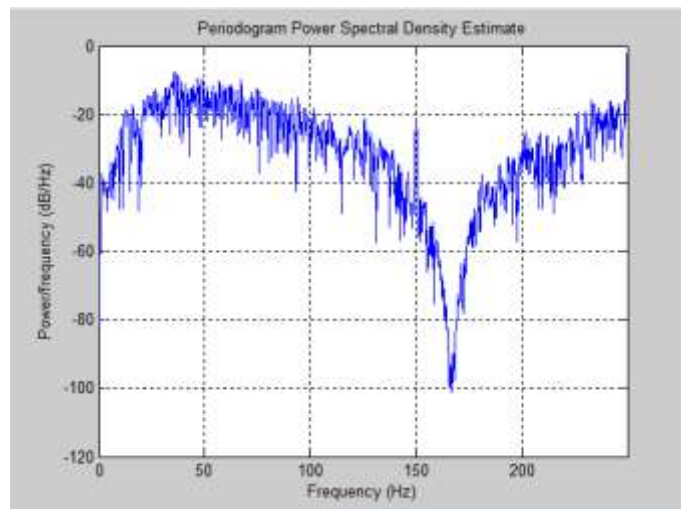
**Gráficos Obtidos Através das Medições Efetuadas da Boia mais
o Sensor para um Regime de Rotações do Motor a 50% – 2ª
Medição: Passagem para Escala Logarítmica**



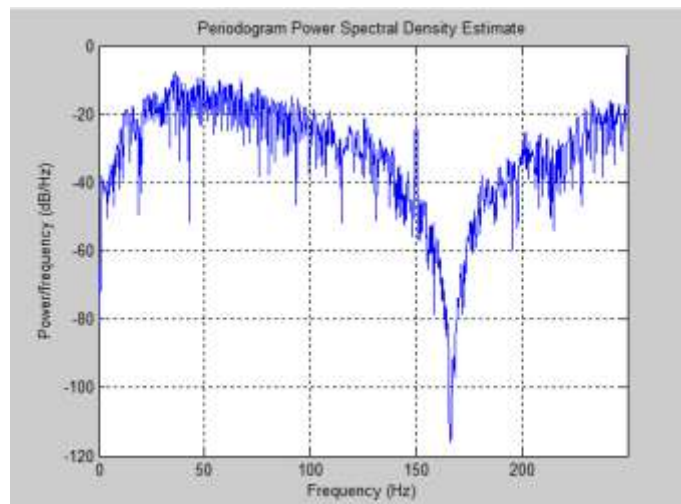
Aplicação da Janela Retangular



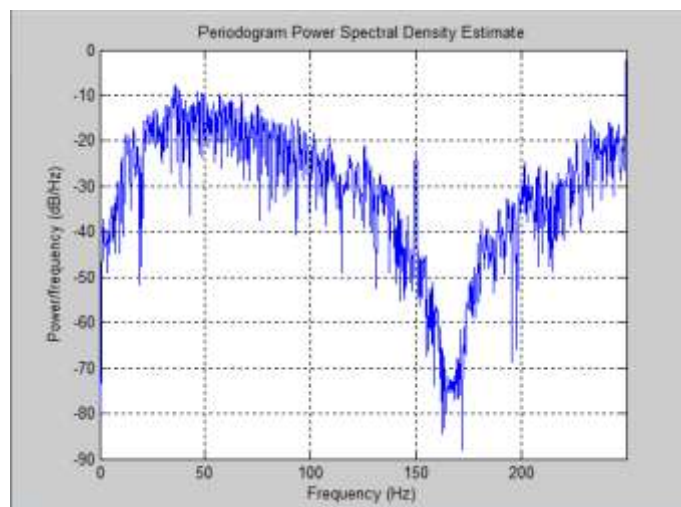
Aplicação da Janela Triangular



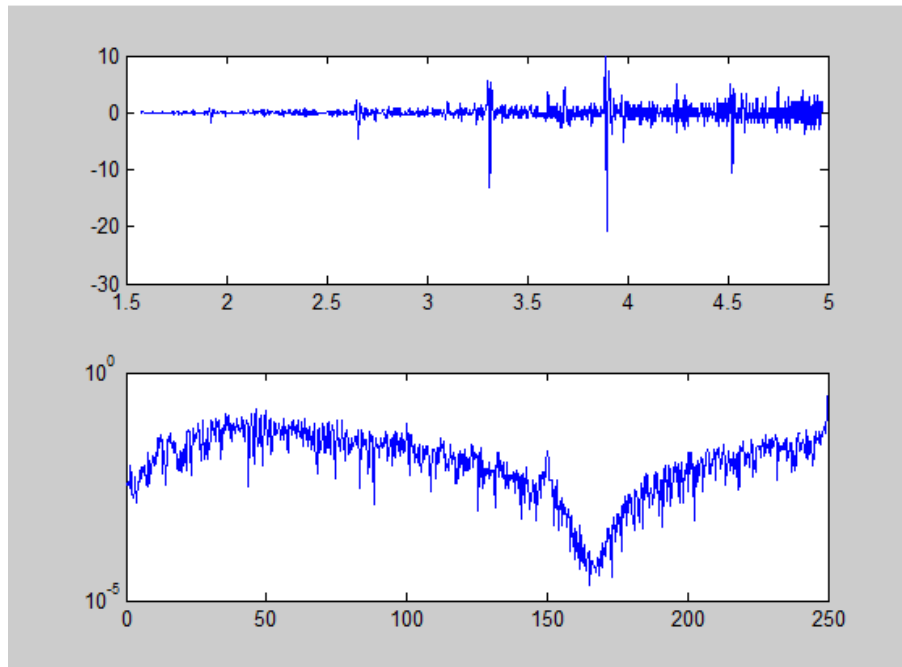
Aplicação da Janela de Hanning



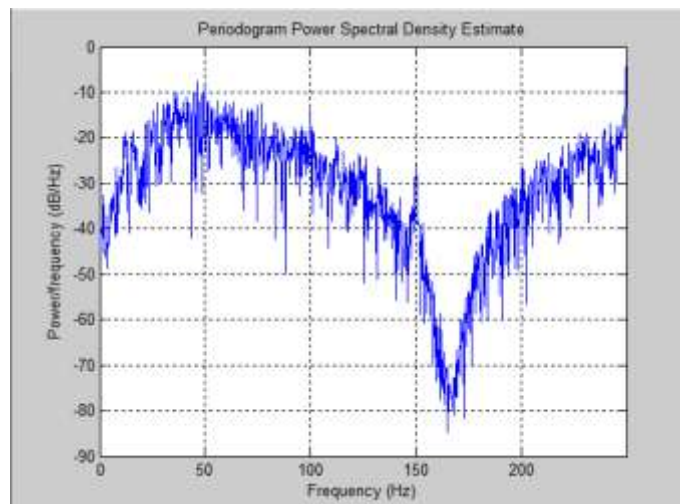
Aplicação da Janela de Hamming



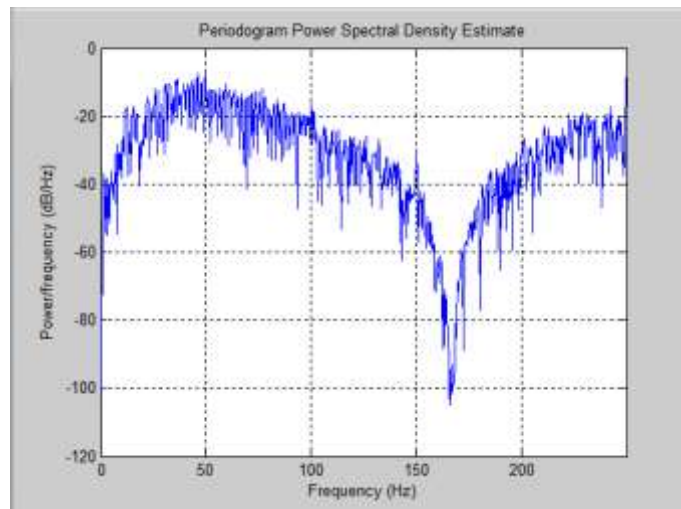
**Gráficos Obtidos Através das Medições Efetuadas da Boia mais
o Sensor para um Regime de Rotações do Motor a 50% – 3ª
Medição: Passagem para Escala Logarítmica**



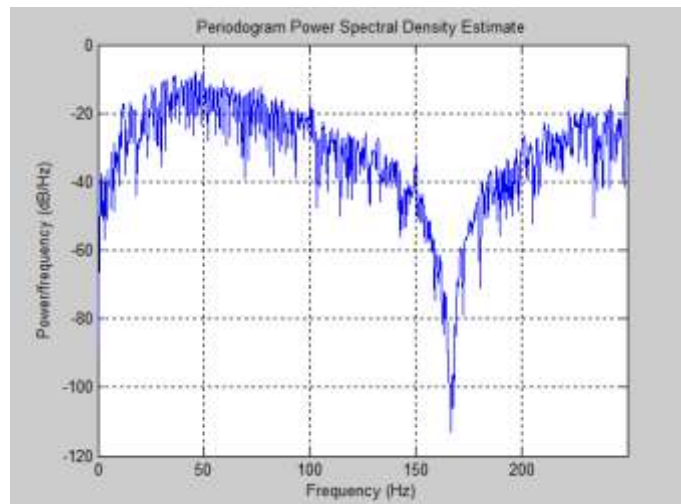
Aplicação da Janela Retangular



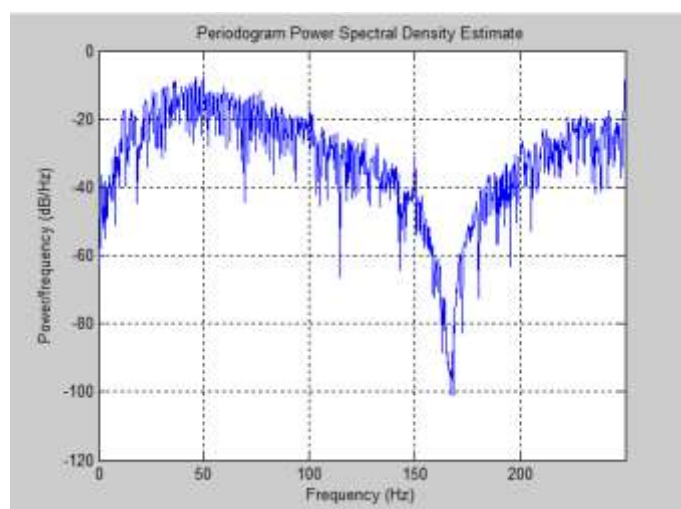
Aplicação da Janela Triangular



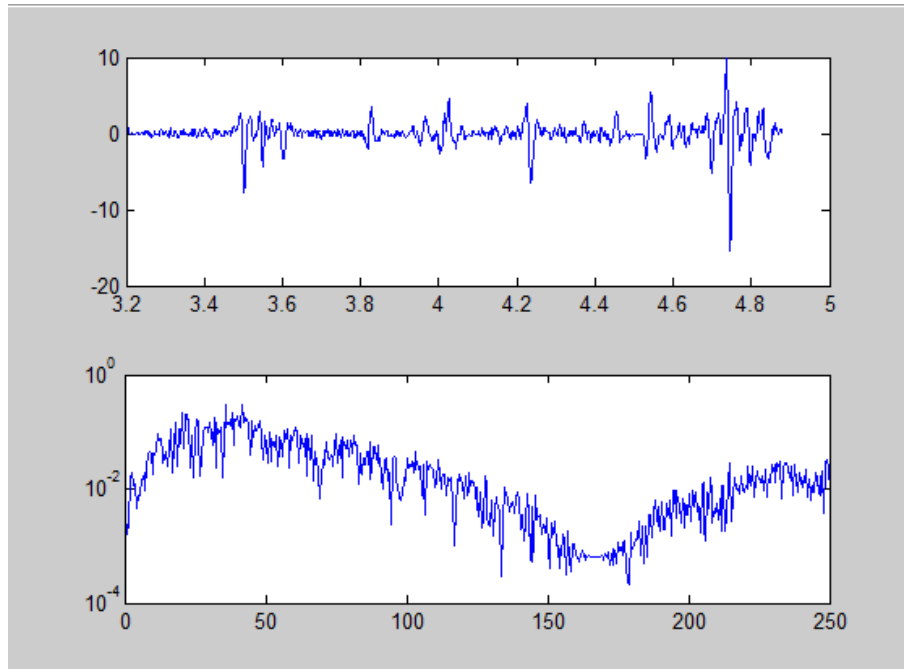
Aplicação da Janela de Hanning



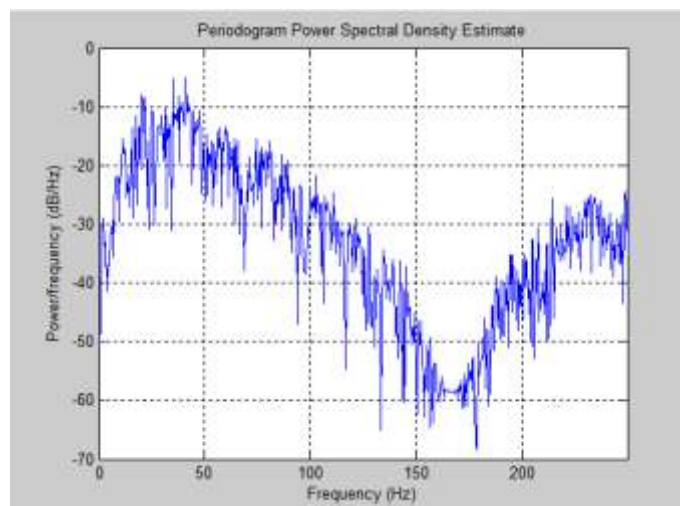
Aplicação da Janela de Hamming



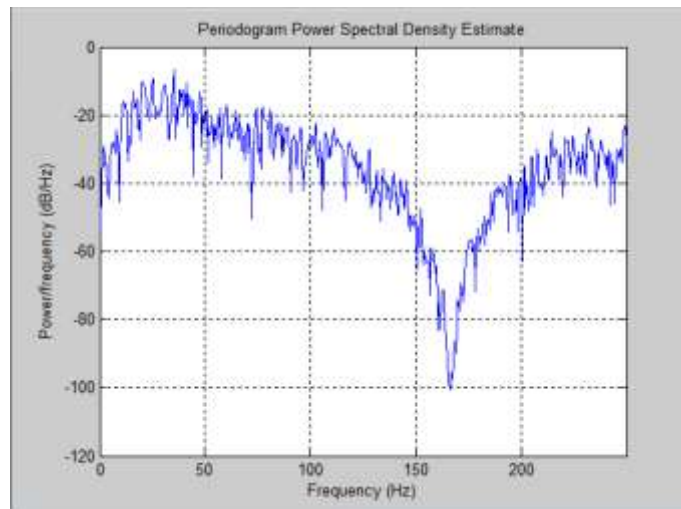
**Gráficos Obtidos Através das Medições Efetuadas da Boia mais
o Sensor para um Regime de Rotações do Motor a 75% – 1ª
Medição: Passagem para Escala Logarítmica**



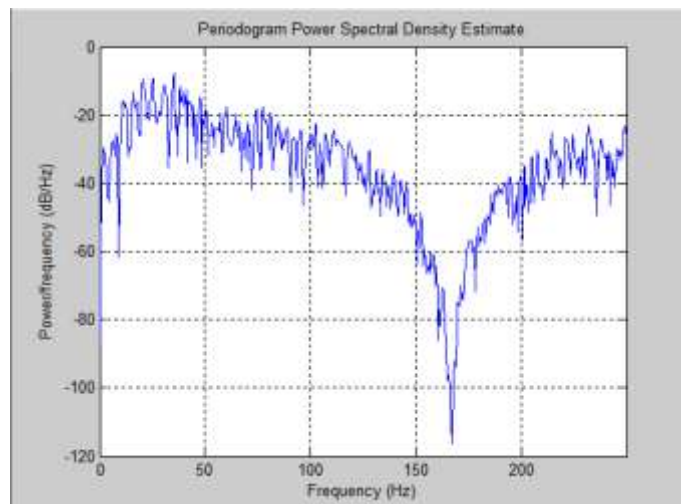
Aplicação da Janela Retangular



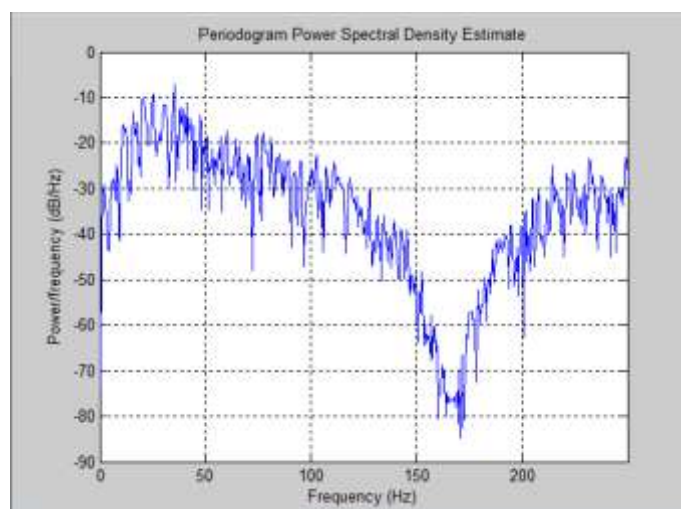
Aplicação da Janela Triangular



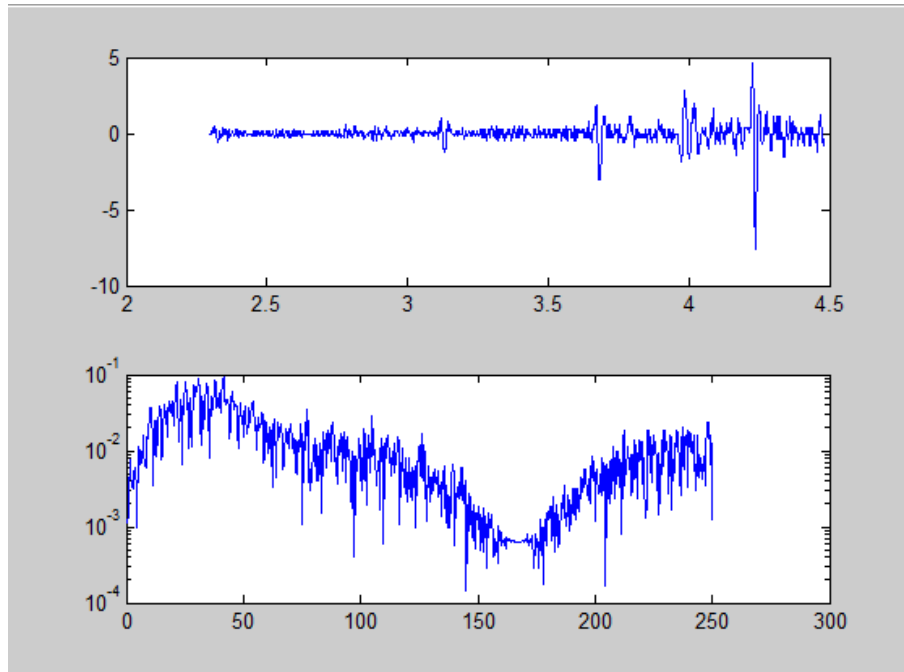
Aplicação da Janela de Hanning



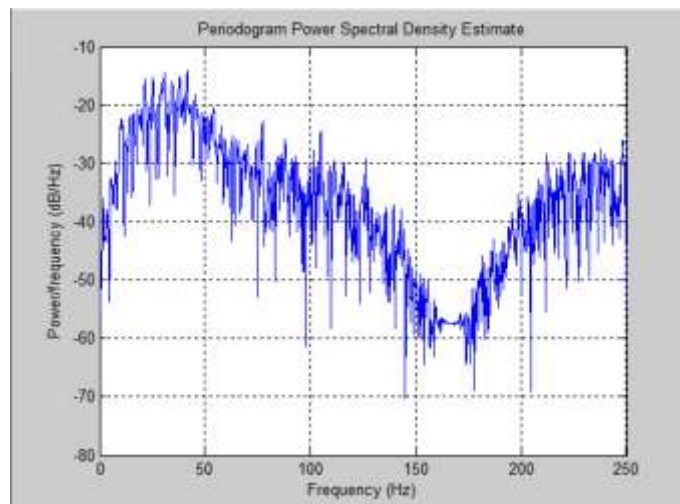
Aplicação da Janela de Hamming



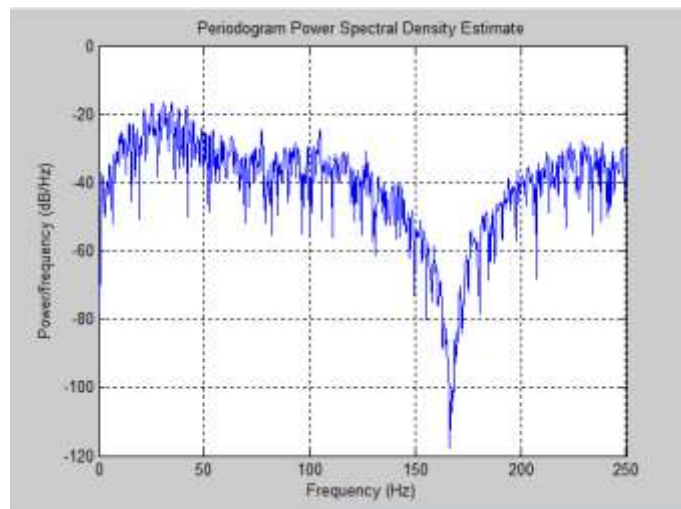
**Gráficos Obtidos Através das Medições Efetuadas da Boia mais
o Sensor para um Regime de Rotações do Motor a 100% – 1ª
Medição: Passagem para Escala Logarítmica**



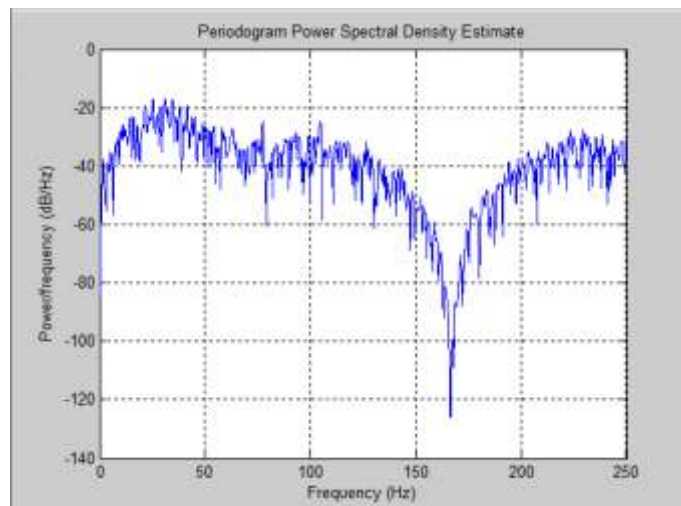
Aplicação da Janela Retangular



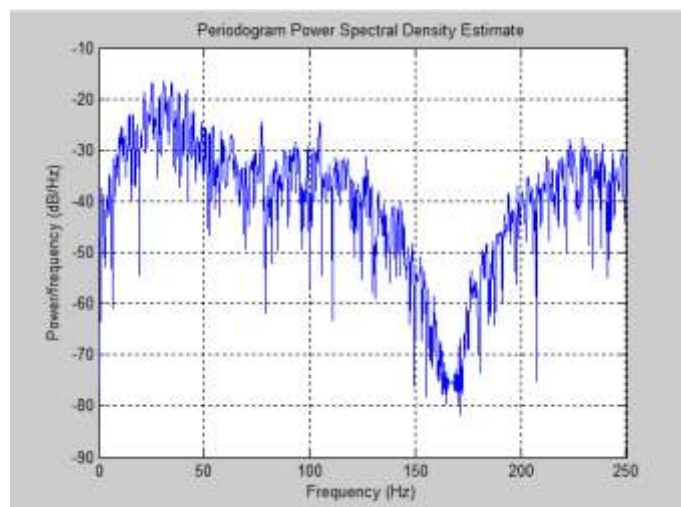
Aplicação da Janela Triangular



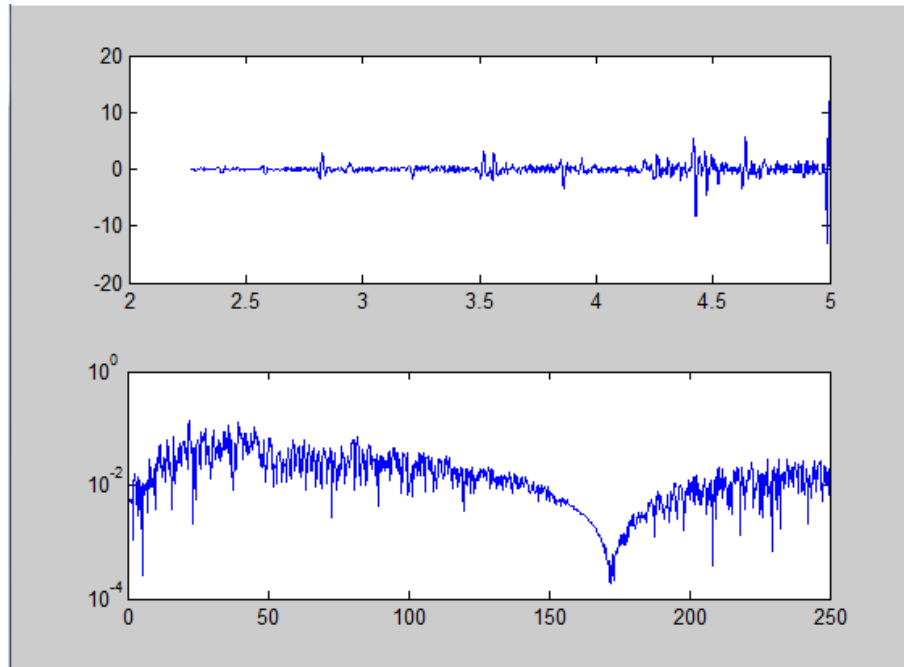
Aplicação da Janela de Hanning



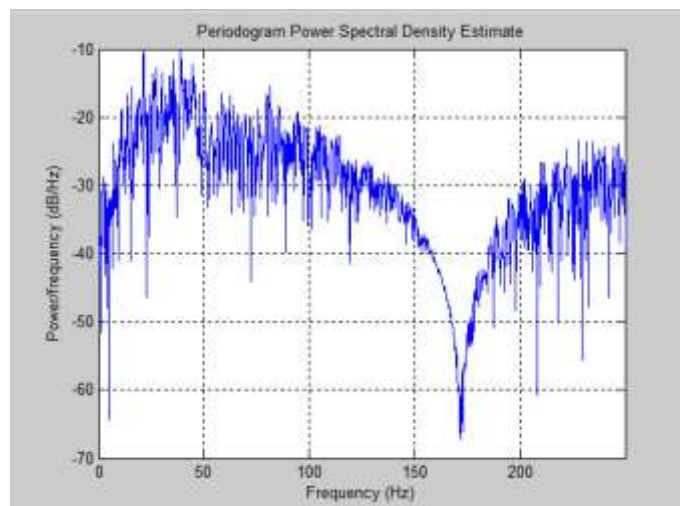
Aplicação da Janela de Hamming



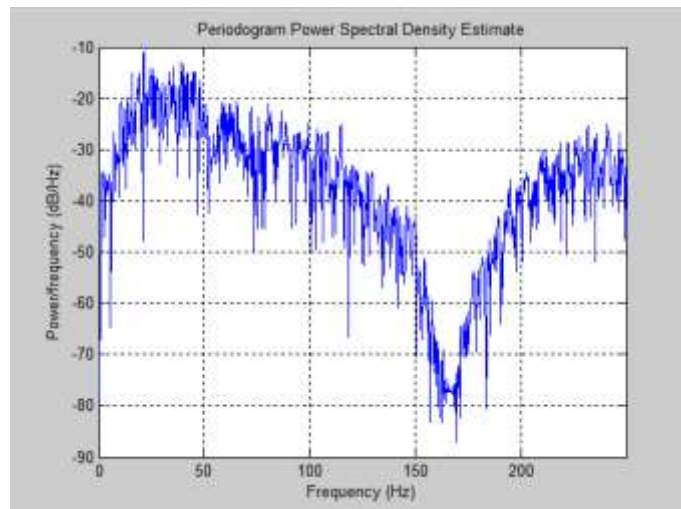
Gráficos Obtidos Através das Medições Efetuadas da Boia mais o Sensor para um Regime de Rotações do Motor a 100% – 2^a Medição: Passagem para Escala Logarítmica



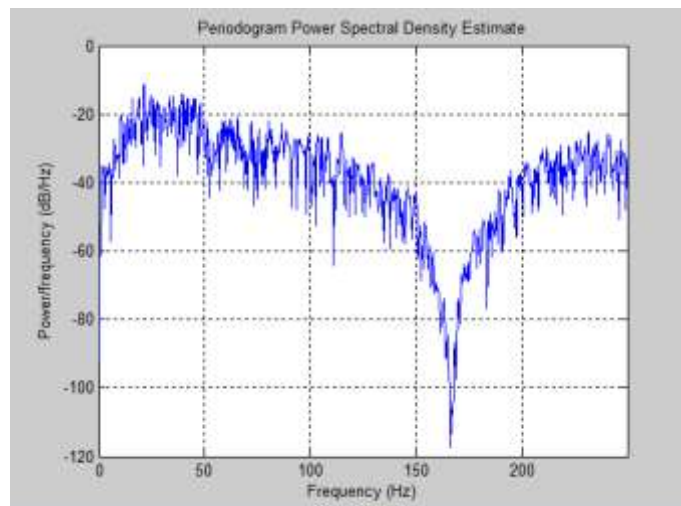
Aplicação da Janela Retangular



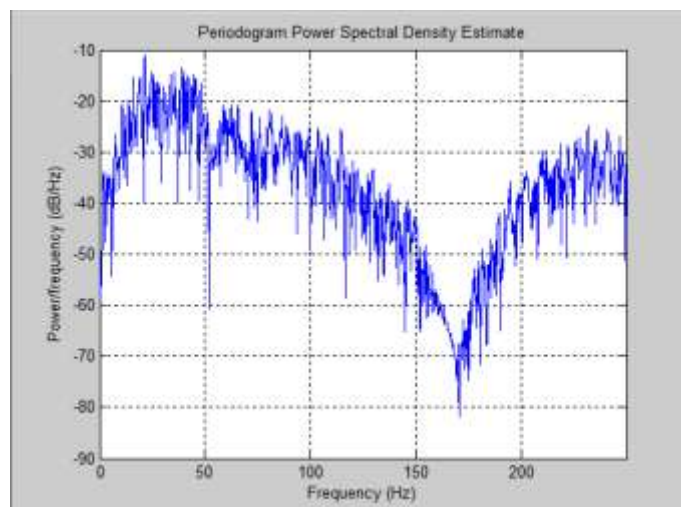
Aplicação da Janela Triangular



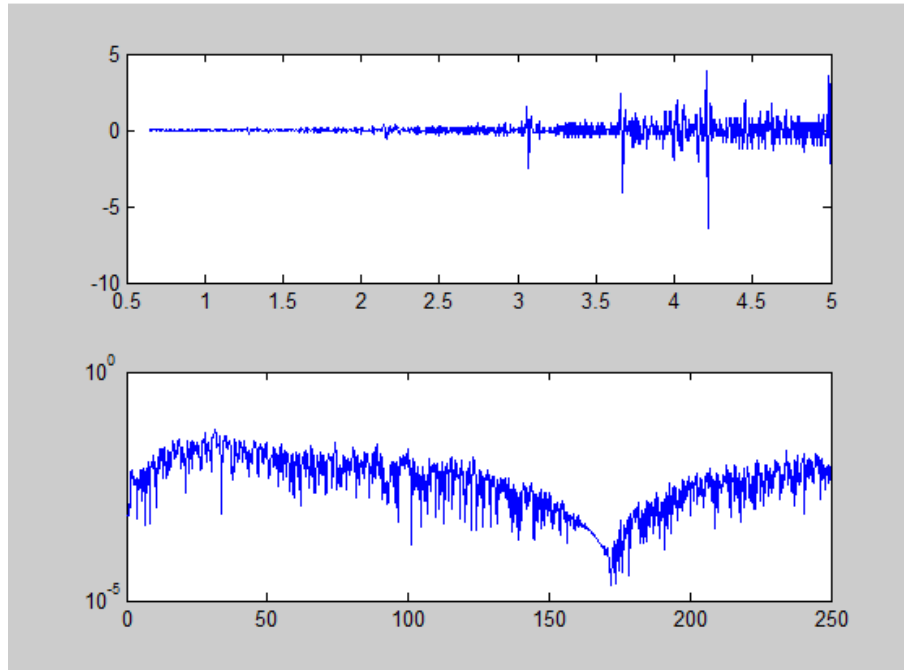
Aplicação da Janela de Hanning



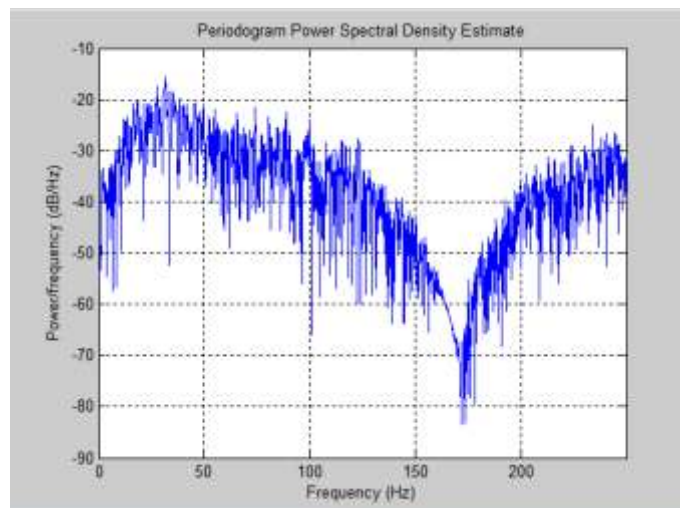
Aplicação da Janela de Hamming



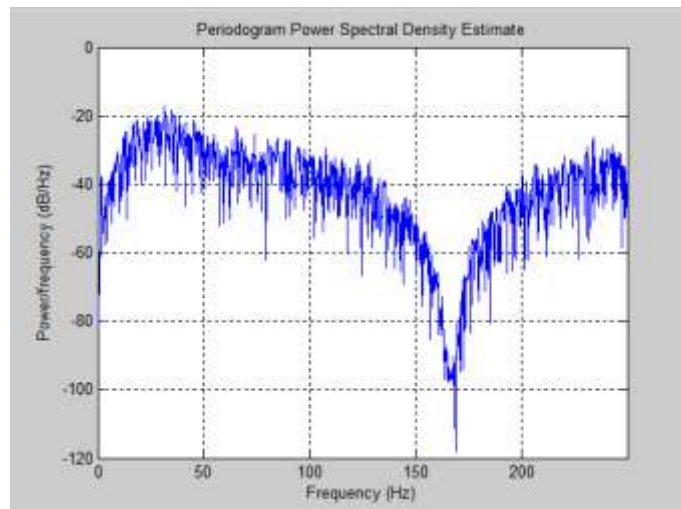
**Gráficos Obtidos Através das Medições Efetuadas da Boia mais
o Sensor para um Regime de Rotações do Motor a 100% – 3^a
Medição: Passagem para Escala Logarítmica**



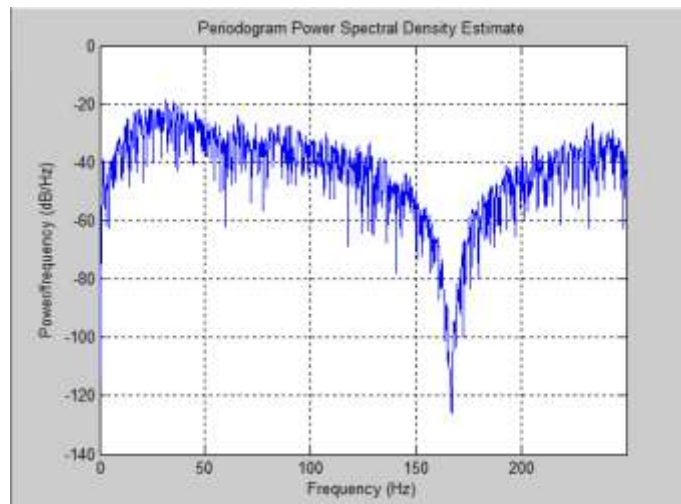
Aplicação da Janela Retangular



Aplicação da Janela Triangular



Aplicação da Janela de Hanning



Aplicação da Janela de Hamming

